PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 11 | 1. Juni 1929 | Redaktionsschluß für Nr. 13 am 15. Juni 1929. | 30. Jahrgang

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:
R. Seeliger, Die Wiedervereinigung von positiven Ionen mit freien Elektronen. S. 329.

Originalmitteilungen:
H. Hellmann, Analyse von Absorptionskurven für allseitige Inzidenz inhomogener Strahlung bei ebenen Grenzflächen. S. 357.
W. Anderson, Über die „mechanische" Ionisation von Gasen durch extremen Druck bei beliebig tiefer Temperatur. S. 360.
A. Weißweiler, Über eine neue Methode zur Messung der relativen Zähigkeit von Gasen und Dämpfen. S. 364.

Besprechungen:
K. Graff, Grundriß der Astrophysik. S. 367.
F. E. Kretzschmar, Die Krankheiten des Bleiakkumulators. S. 367.
Fr. A. Willers, Methoden der praktischen Analysis. S. 368.

Tagesereignisse. S. 368.

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Die Wiedervereinigung von positiven Ionen mit freien Elektronen.

Von R. Seeliger.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.
I. Positive Ergebnisse.
1. Seriengrenzkontinua in irdischen Lichtquellen. — 2. Nachleuchten elektrisch erregter Gase. — 3. Seriengrenzkontinua in kosmischen Lichtquellen. — 4. Wiedervereinigungen im negativen Glimmlicht und in den Kanalstrahlen.
II. Negative Ergebnisse.
5. Wiedervereinigungen in Kathodenstrahlen. — 6. Die Vorgänge in der positiven Säule. — 7. Direkte Messung der Wiedervereinigung.
III. Theoretische Betrachtungen.
8. Qualitative Überlegungen. — 9. Theorien des Elektronenfangs. — 10. Zusammenhang zwischen Elektronenfang und makroskopisch beobachtbaren Vorgängen. — 11. Vergleich der Theorien und numerische Angaben; Wellenmechanische Ergänzungen.
Literaturangaben.

Einleitung.

Die Beantwortung der Frage, wie im einzelnen und quantitativ die Rückbildung neutraler normaler Atome aus freien Elektronen und positiven Atomionen erfolgt, ist durchaus nicht von nur so spezieller Bedeutung, wie dies zunächst vielleicht der Fall zu sein scheinen könnte; denn sie hängt eng zusammen mit der Lösung einer ganzen Reihe recht verschiedener und nicht unwichtiger Probleme. Spezialisiert auf die Frage eines Wiedervereinigungsleuchtens spielte sie wohl zuerst eine Rolle bei der Erklärung gewisser Leuchterscheinungen in der Glimmentladung und bei der Diskussion der bisherigen Versuche zur Festlegung der Anregungsfunktion von Spektrallinien und wurde hier von Holm und dem Verfasser sowie von allgemeineren Gesichtspunkten aus von Franck und Jordan diskutiert. Unabhängig davon sind dieselben Probleme von Bedeutung geworden für das Verständnis des Nachleuchtens elektrisch angeregter Gase; hier waren es zuerst die von Stark herrührenden, dann von Rayleigh und einer großen Zahl anderer Forscher erweiterten Beobachtungen an den aus einem Quecksilberbogen ausströmenden leuchtenden Dampfstrahlen, die auf die Existenz eines Wiedervereinigungsleuchtens führten. Eine dritte Gruppe von Untersuchungen bilden die für die Theorie insbesondere der positiven Säule wichtigen Arbeiten über die Wiedervereinigungsvorgänge in Gasentladungen. Allgemeiner und ebenfalls abgetrennt von der optischen Begleiterscheinung einer Lichtemission ist die Frage nach der Häufigkeit von Wiedervereinigungen ferner von Bedeutung geworden bei der Durchführung astrophysikalischer Theorien, nämlich im Rahmen der von Eddington begonnenen und bereits recht weitgehend durchgeführten Untersuchungen über den inneren Aufbau der Sterne. Die Erfordernisse dieser Überlegungen und die auf Einsteins bekannte Ableitung des Strahlungsgesetzes zurückgehenden Gedankengänge haben dann endlich

mit dazu beigetragen, in einer fünften Gruppe von Arbeiten von atomtheoretischer Seite aus die Frage nach dem Mechanismus der Anlagerung von Elektronen an Ionen ganz allgemein und losgelöst von allen Spezialfragen zu bearbeiten. Wer die einschlägige Literatur bereits kennt, wird in dieser Übersicht sofort und mit Recht eine Gruppe von Vorgängen vermissen, die sich im Gebiet der Röntgenstrahlfrequenzen abspielen, im kontinuierlichen Röntgenspektrum in Erscheinung treten und ebenfalls enge zusammenhängen mit dem Thema dieses Berichtes. Da diese Dinge aber im Gegensatz zu den erstgenannten schon mehrfach zusammenfassend dargestellt worden sind, sind sie im folgenden nur soweit berücksichtigt worden, als es im Interesse einer ungestörten zusammenhängenden Darstellung erforderlich ist, wie dies namentlich für die theoretischen Teile dieses Berichtes gilt.

Hinsichtlich der Anordnung des recht umfangreichen Stoffes ist zu sagen, daß es sich als wenig übersichtlich herausgestellt hat, die in Betracht kommenden Arbeiten in ihrer historischen Reihenfolge oder eingeteilt nach der oben gegebenen Übersicht zu besprechen. Wir wollen vielmehr so vorgehen, daß wir zuerst die Beobachtungen mit positivem Ergebnis behandeln, aus denen also mit Sicherheit auf die Existenz von Wiedervereinigungen geschlossen werden konnte, dann diesen die mit negativem gegenüberstellen und zum Schluß die Theorien des Elektronenfangs besprechen und diskutieren. In dieser Disposition dürfte auch vielleicht am besten die Entwicklung von einem Widerstreit verschiedener Ansichten zu einer nun im großen und ganzen doch recht befriedigenden Klärung zum Ausdruck kommen, wie sie sich in den letzten Jahren vollzogen hat.

Zur Orientierung seien noch einige Bemerkungen vorausgeschickt über das Aussehen der als Folge einer Wiedervereinigung zwischen einem freien Elektron und einem positiven Atomrest zu erwartenden Spektren. Denn die unmittelbare experimentelle Erfassung solcher Wiedervereinigungen ist bisher auf noch unüberwindliche Schwierigkeiten gestoßen, so daß man darauf angewiesen ist, mittelbar auf ihr Vorkommen zu schließen; und gerade die Beobachtung jener „Wiedervereinigungsspektren" bildet nun das vielleicht wichtigste und überzeugendste Hilfsmittel zur Erforschung der Wiedervereinigungsprozesse. Wenn ein Elektron, dessen Geschwindigkeit in großer Entfernung vom Atomrest relativ zu diesem v ist, in einem Quantenzustand i des Atoms eingefangen wird, so wird folgendes passieren. Das Elektron wird erstens von dem Zustand i aus spontan nach allen auf erlaubten Wegen erreichbaren niedrigeren Zuständen weiterfallen und dabei die entsprechenden Linien emittieren, d. h. es wird das gewöhnliche Serienlinienspektrum — und zwar, wenn der Atomrest einfach positiv war, das der Bogenlinien — entstehen und dies mit einer Intensitätsverteilung, die außer durch die Einfangewahrscheinlichkeit in den $i$ten Zustand lediglich gegeben ist durch die nachfolgenden Übergangswahrscheinlichkeiten. Zweitens aber wird das Elektron während des Einfangeprozesses eine Frequenz emittieren, die gegeben ist durch $h\nu = h\nu_i + \frac{mv^2}{2}$, wo ν_i die Grenzfrequenz der Serie ist, für die der $i$te Zustand der Endzustand ist. Wenn $v = 0$ ist, erscheint die Grenzfrequenz ν_i, wenn $v > 0$ ist, eine höhere Frequenz. Wenn alle möglichen Relativgeschwindigkeiten von Elektronen in kontinuierlicher Folge vertreten sind, wird man also neben dem Serien-Linienspektrum noch kontinuierliche Spektren beobachten, die an die einzelnen Seriengrenzen nach kürzeren Wellenlängen hin anschließen und deshalb „kontinuierliche Seriengrenzspektra" oder „Seriengrenzkontinua" heißen.

Allerdings ist diese Emission eines Seriengrenzspektrums nun zwar ein eindeutiges und untrügliches Kriterium für das Vorkommen von Wiedervereinigungen, es ist aber natürlich nicht umgekehrt sein Fehlen ein Zeichen für das Fehlen von Wiedervereinigungen; die Schlußfolgerung von diesem auf jenes ist also nicht unbedingt umkehrbar. Denn wenn die Wiedervereinigungen stattfinden zwischen Ionen und Elektronen mit sehr kleinen Relativgeschwindigkeiten — also z. B. außerhalb elektrischer Felder —, so schrumpft das Seriengrenzkontinuum zusammen auf die engste Nachbarschaft der Seriengrenze. Für die Breite des Kontinuums findet man, wenn die Elektronengeschwindigkeit V in der üblichen Weise gemessen wird in Volt und die Einheit der Wellenlängenskala 1 $\mu\mu$ ist

$$\lambda = \lambda_i / (1 + 8 \cdot 10^{-4} \cdot \mathrm{V} \cdot \lambda_i)$$

und erkennt hieraus die Berechtigung der obigen Behauptung. Zu beachten ist dabei noch, daß der Zusammenhang zwischen der „Temperatur" T der (mit dem Gas in einem feldfreien Raum im thermischen Gleichgewicht stehenden) Elektronen und ihrer Voltgeschwindigkeit V gegeben ist durch

$$T = 8 \cdot 10^3 \cdot \mathrm{V},$$

so daß also ohne elektrische Felder erst bei sehr hohen Gastemperaturen eine merkliche thermische Breite des Kontinuums erwartet werden kann.

Nicht so sicher wie das Auftreten von Seriengrenzkontinuas zeigt eine andere Besonderheit der emittierten Spektra ein Wiedervereinigungsleuchten an, nämlich eine zugunsten der höheren

Serienglieder auftretende Intensitätsverschiebung im Linienspektrum. Die Sachlage ist hier in gewissem Sinn gerade umgekehrt wie bezüglich der Grenzkontinua insofern, als zwar im allgemeinen in einem Wiedervereinigungsleuchten eine Bevorzugung der höheren Serienglieder (gegenüber der Intensitätsverteilung bei reiner Elektronenstoß-Anregung) zu erwarten ist, aber noch eine Reihe anderer Anregungsbedingungen denkbar sind, unter denen ebenfalls die höheren Serienglieder intensiv zum Vorschein kommen. Man findet eine kurze Besprechung diesbezüglicher neuerer Beobachtungen und eine Literaturübersicht z. B. in einer Arbeit von Jezewski[1]) über Entladungen in Wasserstoff-Quecksilbergemischen.

I. Positive Ergebnisse.

1. Seriengrenzkontinua in irdischen Lichtquellen.

Eine erste Gruppe von Arbeiten hat zum Ziel, durch geeignete Versuchsbedingungen die Emission der Grenzkontinua zu erzwingen, nach denen man vordem lange vergeblich gesucht hatte. Als die erste hier erfolgreiche Arbeit ist die von

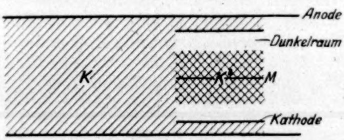

Fig. 1.

Paschen (1) zu nennen, der in Helium, namentlich bei höheren Drucken (von einigen mm *Hg*), die Grenzkontinua der Serien $2p - md$ und $2s - mp$ erhalten hat. Es gelang dies durch Verwendung einer neuartigen von Schüler[2]) angegebenen Kathodenform, die Schüler bereits in ihren elektrischen Eigenschaften eingehender untersucht und mit Nutzen zu spektroskopischen Untersuchungen benutzt hatte. Bei dieser Kathodenform — der „Hohlkathode" — handelt es sich um eine Kathode in Gestalt eines Hohlzylinders, in dessen Innerem das Leuchten beobachtet wird. Die schematische Fig. 1 nach Schüler möge die Sachlage veranschaulichen. Das Glimmlicht erfüllt bis auf einen dicht an der Kathode liegenden Dunkelraum das ganze Innere der Kathode und der ganze in der Figur mit K und K' bezeichnete Raum besitzt ungefähr dasselbe Potential; wie Sondenmessungen zeigen, liegen zwischen M und dem Dunkelraum sowohl wie irgendeinem Aufpunkt in K andererseits nicht mehr als etwa 1—2 Volt. Damit sind bereits die wesentlichen Momente für die Entstehung eines Wiedervereinigungsleuchtens im Inneren der Hohlkathode erkenntlich. Es befindet sich hier nämlich eine Wolke von Elektronen und Ionen, die nicht nur wegen der geringen Diffusionsverluste sehr dicht ist und in der Hauptsache nur durch Wiedervereinigung im Gleichgewicht gehalten wird, sondern es ist in dieser Wolke vor allem auch die Geschwindigkeit der Elektronen relativ zu den positiven Ionen nur gering.

Auf etwas anderem Weg hat Mohler (2) intensive Wiedervereinigung und die damit verbundenen Emissionen erzwungen. Er benutzte das in Fig. 2 schematisch gezeichnete Entladungsrohr mit zylindrischer Anode und mit einer sehr kleinen Glühkathode. Auch hier sind die Versuchsbedingungen also besonders günstig für die Erfüllung der beiden Forderungen großer Trägerdichte und kleiner Relativgeschwindigkeit. Denn einerseits wird durch die Glühkathode ein hoher Kathodenfall mit seiner großen beschleunigenden Potentialdifferenz vermieden und es ist der größte Teil des Raumes zwischen Kathode und Anode auf ungefähr demselben Potential, andererseits können die Ionen nur in geringem Maß durch Abdiffussion sich entfernen, sie müssen fast alle zur Kathode gehen und müssen diese wegen ihrer Kleinheit in vielfach gewundenen Bahnen umkreisen. Mohler hat zunächst mit Cäsium gearbeitet, um zugleich die hohe thermische Elektronenemission einer Cäsium-Glühkathode ausnutzen zu können; einige Versuche mit Kalium und Quecksilber haben aber ebenfalls schon zu befriedigenden Ergebnissen geführt und der Untersuchung anderer Dämpfe oder Gase dürften keine grundsätzlichen Schwierigkeiten entgegenstehen. Das aus dem Kathodenraum emittierte

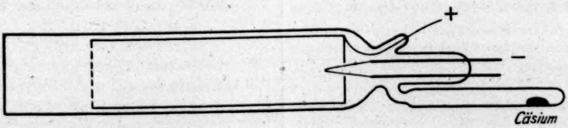

Fig. 2.

1) H. Jezewski, Journ. d. Phys. et le Radium **9**, 202, 1928.
2) H. Schüler, Physik. Zeitschr. **22**, 264, 1921.

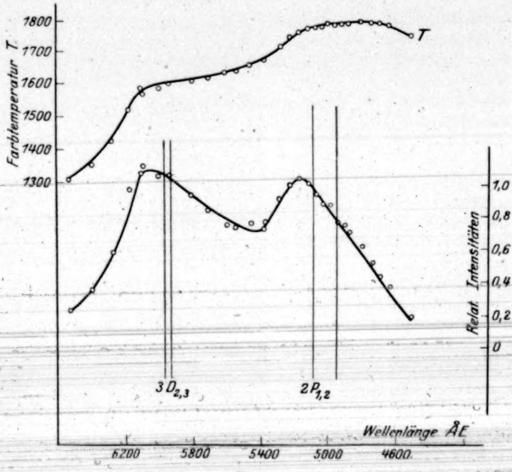

Fig. 3.

Licht wurde teils in Spektralaufnahmen festgehalten, teils nach spektraler Zerlegung visuell durch Vergleich mit einem geeichten Temperaturstrahler photometriert.

Die Beobachtungen reichten bis zu Stromstärken von fast 1 Amp. und bis zu Dampfdrucken von fast 1 mm und zeigten zunächst, daß in der bei kleinen Stromstärken rötlichen Entladung mit zunehmender Stromstärke von der Umgebung der Kathode aus sich ein gelbliches Leuchten ausbreitete. In diesem ist die *F*- und *D*-Serie verstärkt gegen die *S*- und *P*-Serie, in jeder Serie treten die höheren Glieder hervor, und es treten nun vor allem die gesuchten Grenzkontinua deutlich in Erscheinung die von den Grenzen der 2 *P*-Serie (5028), der 3 *D*-Serie (5948) und der 1 *S*-Serie (3183) ausgehen; am intensivsten sind die Grenzkontinua der *P*- und der *D*-Serie, die dann auch weiterhin untersucht wurden. Bemerkenswert und vermutlich durch die Störungsfelder der enggepackten Träger zu erklären ist das Auftreten der verbotenen[1] Linien $1\,S - mD$ und die Verbreiterung der hohen Serienlinien, die eine Auflösung nur bis zu etwa dem 15. Glied möglich machte; diese Verbreiterung verwischt auch die theoretisch zu erwartende Diskontinuität im Einsatz des Grenzkontinuums; die Fig. 3 zeigt aber doch deutlich die Grenzkontinua, wenngleich der doppelte Gipfel am Ende der *P*-Serie nicht herauskommt. Die Figur gibt die relative Intensitätsverteilung im Spektrum bei einer Stromstärke von 0,7 Amp. und einem Dampfdruck von 0,7 mm (267 °C) und enthält zum Vergleich in der Kurve *T* die Farbtemperaturen eines Wolframdrahtes; das Verhältnis des *D*- und *P*-Maximums hängt übrigens recht stark von den Versuchsbedingungen ab, die auf die mittleren Elektronengeschwindigkeiten im Beobachtungsraum von Einfluß sind. Wichtig für die Deutung der Kontinua als Wiedervereinigungsleuchten ist noch, daß ihre Intensität proportional mit dem Quadrat der Stromstärke geht. So z. B. ergab sich für das *P*-Kontinuum die folgende Reihe von Werten

Strom	0,40	0,30	0,10
Intensität . . .	1,00	0,54	0,063

aus denen sich für das Verhältnis Quadrat des Stromes : Intensität die praktisch wohl als konstante anzusehenden Werte 0,160 0,166 und 0,159 errechnen. Methodisch auf scheinbar ganz anderem Weg, wurde dasselbe Ziel wie in den eben besprochenen Arbeiten erreicht und zwar sehr vollkommen erreicht von **Herzberg**, nämlich mit Hilfe der elektrodenlosen Ringentladung. Es ist **Herzberg** (3) in einer sorgfältigen Arbeit über die Spektren des Wasserstoffs in der Ringentladung gelungen Bedingungen zu finden, unter denen das reine Balmerspektrum mit dem anschließenden Grenzkontinuum — dieses wohl überhaupt zum ersten Mal in Laboratoriumsver-

[1] Dazu sei jedoch bemerkt, daß diese Linien auch (z. B. von **Datta**) in Absorption beobachtet worden sind unter Bedingungen, wo Ionenfelder u. dgl. keine Rolle gespielt haben können. Zudem folgt aus dem Auswahlprinzip nur, daß die Linien $1\,S - mD$ sehr schwach sein sollten gegenüber den Linien $1\,S - mP$.

suchen — mit großer Intensität emittiert wird. Am günstigsten scheinen die Verhältnisse zu liegen in einem Zustand der Ringentladung, in dem der bekannte blaue Ring den ganzen Innenteil der Entladungskugel ausfüllt. Von Interesse ist auch die Angabe, daß über dem Ringstrom in dem genannten Zustand ein blaues kegelförmiges Gebilde liegt, das ebenfalls die Balmerserie bis zu hoher Gliederzahl und das Grenzkontinuum enthält; es wird von Herzberg gedeutet als aus langsamen H_+ (Kanal-)Strahlen bestehend. Das Grenzkontinuum zeigt bereits zweifelsfrei an, daß bei der Emission jenes blauen Ringes ein Wiedervereinigungsleuchten zumindest merklich beteiligt ist. Die vollständige Ausbildung der Balmerserie und das Hervortreten gerade der höheren Serienglieder macht es sogar wahrscheinlich, daß es sich dabei überhaupt um kein Stoßleuchten, sondern nur noch um reines Wiedervereinigungsleuchten handelt. Die Bedingungen dafür — kräftige Ionisation in den äußeren Ringteilen und Diffusion der Träger in beträchtlichen Mengen in die inneren, nur von schwachen Feldern erfüllten Teile des Entladungsraumes und endlich vielleicht auch der Umstand, daß bei jedem Feldwechsel das Feld einmal überhaupt ganz verschwindet, — sind in der Tat die denkbar günstigsten. In den Einzelheiten sind die Verhältnisse, worauf auch Mierdel (3) hingewiesen hat, allerdings noch nicht ganz geklärt; insbesondere scheint die Frage nach der Relativgeschwindigkeit der Ionen und Elektronen, insbesondere in den genannten H_+-Kanalstrahlen, im Zusammenhang mit den später zu besprechenden theoretischen Gesichtspunkten der quantitativen Untersuchung Wert zu sein.

Eine erwünschte Erweiterung dieser Versuche haben zwei Arbeiten von Balasse (4) gebracht, der in elektrodenlosen Entladungen die Dämpfe von Cäsium, Kalium, Cadmium und Quecksilber zum Leuchten anregte und die Emission der einzelnen Entladungsteile unter verschiedenen Bedingungen (Dampfdichte, Spannungsamplitude des erregenden Wechselfeldes) spektral untersuchte. Uns interessiert an diesen Versuchen vor allem die Feststellung kontinuierlicher Spektra neben den Bogen- und Funkenspektren, die von Balasse als Wiedervereinigungsspektren gedeutet werden; unter ihnen befinden sich (z. B. in Quecksilber) auch Kontinua „höherer Ordnung", die bei der Anlagerung eines Elektrons an ein mehrfach ionisiertes Atom entstehen sollen.

2. Nachleuchten elektrisch erregter Gase.

In einer zweiten Gruppe wollen wir alle Arbeiten zusammenfassen, die sich mit den Nachleuchterscheinungen in elektrisch erregten Dampfstrahlen beschäftigen; sie schließen letzten Endes alle an die grundlegenden Beobachtungen von Stark an Quecksilberdampfstrahlen und benutzen auch mit nur unwesentlichen Änderungen dessen Methode der Strahlerzeugung, nämlich die Abzapfung aus der positiven Säule einer Bogenentladung. Als ein Beispiel für die Versuchsanordnung möge die nach Rayleigh in Fig. 4 (schematisch) gezeichnete dienen, in der der Dampf durch die Hohlanode in den Beobachtungsraum strömt, wo er dann bequem nach allen Richtungen hin untersucht werden kann. Im

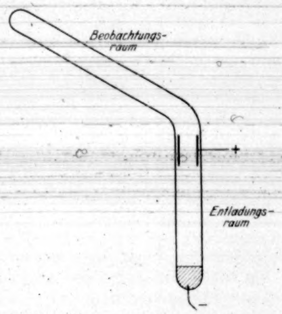

Fig. 4.

folgenden beschränken wir uns auf die Eigenschaften des bisher am eingehendsten in zahlreichen Arbeiten (5) untersuchten Quecksilberdampfes, doch sei erwähnt, daß man ähnliche Erscheinungen wie die hier beschriebenen auch mit den Dämpfen vieler anderer Metalle (Rayleigh hat orientierende Versuche mit Kalium, Natrium, Magnesium, Thallium, Cadmium, Kalzium und Zink angestellt) erhalten kann und daß insbesondere eine Weiterführung der Versuche mit den Alkalidämpfen unter Berücksichtigung der in Nr. 1 in den Vordergrund gestellten spektroskopischen Gesichtspunkte (Seriengrenzkontinuum) wünschenswert wäre. Die Form und Länge des leuchtenden Dampfstrahles — der in allen seinen mechanischen Eigenschaften (mit Ausnahme vielleicht einer gelegentlich beobachteten Querschichtung) nichts besonders Bemerkenswertes zeigt und sich mit Geschwindigkeiten von etwa 50 m/sec bis hinauf zu molekularen Geschwindigkeiten ausbreitet — hängt natürlich ab von der Form und Lage der Abzapfdüse, dem Dampfdruck im Entladungs- und Beobachtungsraum und dergleichen grundsätzlich unwichtigen Einzelheiten; beschrieben werden Strahllängen bis zu etwa 1 m. Der Strahl ist, wie Versuche mit Längs- und Querströmen zeigen,

kräftig ionisiert und transportiert neben neutralen Atomen freie Ionen und Elektronen.

Es genügt, aus den vielen Einzelergebnissen hier zwei Gruppen herauszugreifen, die sich auf die spektroskopische Analyse des Leuchtens und den Einfluß elektrischer Felder auf das Leuchten beziehen.

Das Spektrum des Nachleuchtens setzt sich zusammen aus zwei Komponenten, aus einem vom Rot bis zu 2536 reichenden fast kontinuierlichen, verwaschenen Bandenspektrum und aus dem System der Bogenlinien. Das erstere ist hier nur von geringem Interesse, da es nach Franck und Grotrian wahrscheinlich Moleküle zu Trägern hat, die sich aus einem normalen und einem angeregten Atom bilden. Das Linienspektrum hingegen müssen wir etwas genauer betrachten, wenigstens hinsichtlich der in ihm enthaltenen Serienlinien, die mit Ausnahme der nur äußerst schwachen Linie 1850 alle in ihm vorhanden sind. Ob und in welcher Breite die Seriengrenzkontinua vorhanden sind, scheint allerdings noch nicht untersucht worden zu sein, aber der Befund, daß die höheren Serienglieder in relativ und z. T. sogar in absolut größerer Intensität als in der erregenden Bogenentladung auftreten, deutet bereits darauf hin, daß Wiedervereinigungen an dem Emissionsvorgang beteiligt sind. Jedoch wohl nur zum Teil; denn die weiteren Beobachtungen über recht merkwürdige „Alterungserscheinungen" des Nachleuchtens lassen sich damit nicht erklären. Diese Alterungserscheinungen bestehen nämlich darin, daß mit zunehmender Entfernung von der erregenden Entladung die relative Intensität der höheren Serienglieder wieder abnimmt und daß zuletzt die Linie 2536 die überwiegend hellste Linie des Spektrums wird. Insbesondere Rayleigh hat bei der Diskussion dieser Intensitätsverschiebungen auf die noch bestehenden Schwierigkeiten für eine restlose Deutung aller Beobachtungen hingewiesen.

Auch die vielerlei Beobachtungen über Beeinflussungen des Nachleuchtens durch elektrische Felder lassen sich in allen Einzelheiten durchaus noch nicht befriedigend erklären. Immerhin kann man aus ihnen einige für unser Thema wichtige Folgerungen ziehen. Abgesehen von den Besonderheiten, die durch die Heterogenität des Nachleuchtspektrums und seiner Träger bedingt sind und die im wesentlichen die Zusammensetzung des nachleuchtenden Dampfstrahls aus einem unmittelbar beeinflußbaren und einem unmittelbar unbeeinflußbaren Anteil sowie der zwischen diesen Teilen bestehenden Abhängigkeiten recht deutlich erkennen lassen, sind vor allem die z. B. von Matthies und Rayleigh beschriebenen Versuche von Interesse, bei denen es sich um eine Schwächung des Nachleuchtens durch elektrische Felder handelt; denn eine solche Schwächung — analog den später noch zu besprechenden künstlichen Dunkelräumen — ist gerade zu erwarten, wenn am Nachleuchten ein Wiedervereinigungsleuchten merklich beteiligt ist. Matthies hat eine solche Schwächung zwischen Netzelektroden schon in longitudinalen Feldern von weniger als 1 Volt/cm Stärke festgestellt. Nach den eingehenderen Versuchen von Rayleigh liegen die Dinge allerdings nicht so einfach, wie es zunächst den Anschein hatte und die von Rayleigh erhaltenen Ergebnisse enthalten noch mancherlei Unverständliches. Sie sind aber für die weitere Durchbildung der experimentellen Methodik und die Deutung derartiger Beobachtungen lehrreich, weil sie zeigen, wie vorsichtig man ganz allgemein bei der Verwertung von Versuchen über den Einfluß von elektrischen Feldern auf Leuchtvorgänge sein muß. Die Wiedervereinigungen und damit das Wiedervereinigungsleuchten können unterdrückt werden entweder dadurch, daß man in einem Feld die Relativgeschwindigkeiten der Elektronen gegen die Ionen so groß macht, daß die Wahrscheinlichkeit für ein Einfangen der Elektronen sehr klein wird, oder dadurch, daß man aus dem aus Ionen und Elektronen bestehenden Gemisch eine der beiden Trägerarten an eine Hilfselektrode hin herauszieht. Dabei ist aber vor allem zu beachten, daß das Feld zwischen zwei in ein leitendes Gas eingetauchten Elektroden durchaus nicht das ungestörte rein elektrostatische Feld ist, sondern daß sich um die Elektroden Raumladungsschichten legen, in denen praktisch das ganze Feld konzentriert ist bzw. daß die äußeren Begrenzungen dieser Raumladungsschichten es sind, die für die Abfangung der Träger in Betracht kommen und daß es z. B. bei Netzelektroden wesentlich darauf an-

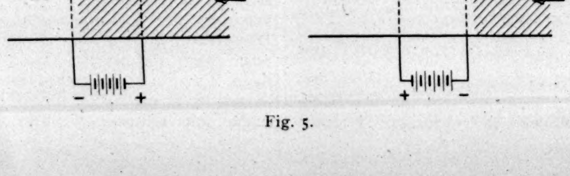

Fig. 5.

kommt, wieweit diese Begrenzungen die Netzmaschen schließen. Durch derartige Raumladungseffekte können zunächst überraschende Wirkungen zustandekommen, wie dies die in Fig. 5 skizzierten Auslöscheffekte nach Rayleigh zeigen (die Pfeile geben die Strömungsrichtung des Dampfes an); es ist kaum nötig darauf hinzuweisen, daß nur gleichzeitige Strom- und Dampfdichtemessungen sowie spektroskopische Beobachtungen die zu einem vollen Verständnis derartiger Effekte notwendigen Unterlagen liefern könnten.

In den eben besprochenen Versuchen wurde die Trennung des Nachleuchtens von dem primären und in der üblichen Weise durch eine Entladung erregten Leuchten im wesentlichen erreicht durch eine „räumliche" Trennung des nachleuchtenden Dampfes von der Entladung. Eine andere Möglichkeit besteht offenbar in der Vornahme einer „zeitlichen" Trennung dadurch, daß man die erregende Entladung löscht und nach dem Erlöschen das Nachleuchten untersucht. Versuche solcher Art haben Child und sehr viel eingehender Hayner für das Quecksilbernachleuchten sowie neuerdings in gründlichster Durcharbeitung Kenty für das Argonleuchten angestellt. Bei der Besprechung dieser Arbeiten empfiehlt es sich, zuerst die spektroskopischen Befunde und dann für sich die Versuche über den Einfluß elektrischer Felder auf das Nachleuchten zu behandeln.

Die Versuche von Child (6) seien (nur ihrer historischen Bedeutung wegen) kurz erwähnt, da sie methodisch durch die späteren Untersuchungen von Hayner und Kenty überholt sind; sie sind bemerkenswert als die ersten derartigen, mit dem ausdrücklichen Ziel des Nachweises eines Wiedervereinigungsleuchtens angestellten Versuche. Anschließend an analoge Versuche von Fleming und Petavel[1]) am Kohlebogen wird unter Abblendung der Elektrodenemission das Licht von Kohlebogen und Quecksilberbogen durch eine Stroboskopscheibe hindurch analysiert; die Bogen sind dabei mit Wechselstrom betrieben und die Drehung der Stroboskopscheibe wird besorgt durch einen synchron laufenden Wechselstrommotor. Die Existenz eines Nachleuchtens des Quecksilberdampfes — für den Kohlebogen liegen die Dinge wegen der Möglichkeit chemischer Nachreaktionen komplizierter — und insbesondere der Befund, daß die Intensität des Nachleuchtens wächst mit dem Quotienten aus Strom und Spannung (prop. der Trägerdichte) führten Child bereits zu der Folgerung, daß das Nachleuchten mindestens zum Teil als Wiedervereinigungsleuchten zu deuten sei.

---

[1]) J. A. Fleming u. J. Petavel, Phil. Mag. **41**, 315, 1896.

Die Beobachtungen von Hayner (7) wurden angestellt an einem Quecksilberbogen mit Glühkathode bei Temperaturen zwischen 60 und 225 C, d. h. bei Dampfdrucken zwischen 0,025 und 37 mm *Hg*. Das benutzte Entladungsrohr zeigt die Fig. 6, in der *K* eine Wehneltsche Äquipotentialkathode, *A* die Anode in Gestalt eines zylindrischen Netzes (Durchmesser 1,8 cm) aus Nickeldraht und *G* eine Gegenelektrode ist, die dicht an der Wand des aus Quarz bestehenden Gefässes anliegt. Mit Hilfe eines schnell rotierenden Kommutators konnte sowohl die Spannung zwischen *K* und *A* abgeschaltet bzw. wieder angeschaltet wie zwischen *G* und *A* bzw. *K* und *A*

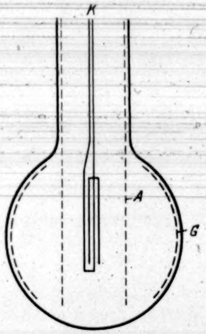

Fig. 6.

eine beliebige Spannung während der Nachleuchtezeit gelegt werden. Die dann fließenden Nachströme konnten mit Galvanometern gemessen werden; in dem hier interessierenden Zusammenhang ist von Interesse vor allem der Strom i_A zwischen *K* und *A*, der simultan mit den Leuchterscheinungen zwischen *K* und *A* gemessen wurde. Die spektroskopische Untersuchung des Nachleuchtens ermöglichte eine vor dem Spalt des Spektrographen rotierende und mit dem Kommutator direkt gekoppelte Stroboskopscheibe. Soweit es sich nicht nur um eine rein beschreibende spektroskopische Analyse des Nachleuchtens, sondern um Aussagen über das zeitliche Abklingen der Intensitäten der einzelnen Linien im Nachleuchten handelte, wurde eine photographisch-photometrische Methode nach bekannten Mustern benutzt.

Die Ergebnisse sind den von Rayleigh erhaltenen qualitativ ähnlich, gehen aber naturgemäß über diese hinaus durch das Hinzutreten quantitativer Angaben. Es lassen sich nun deutlich drei Stadien in der Entwicklung der Leuchterscheinungen unterscheiden, die als das „Bogenstadium", das „Zwischenstadium" und das eigent-

liche „Nachleuchten" bezeichnet werden können und nicht nur durch ihre zeitliche Aufeinanderfolge, sondern vor allem auch spektroskopisch durch die Intensitätsverhältnisse der emittierten Linien gekennzeichnet sind. Im Bogenstadium, d. h. während der Entladung, treten die Funkenlinien und die Bogenlinien auf, von den Bogenlinien ist die intensivste $1S-2p_2$ (2537). Nach dem Löschen des Bogens sinken in der Zeit von etwa $1-2\cdot 10^{-4}$ sec die Intensitäten aller Linien stark ab; es ist das das genannte Zwischenstadium. Dann klingt zwar 2537 weiter ab, die Funkenlinien bleiben verschwunden, die Intensität der übrigen Bogenlinien nimmt aber in diesem dritten Stadium des eigentlichen Nachleuchtens rasch wieder zu, geht ungefähr

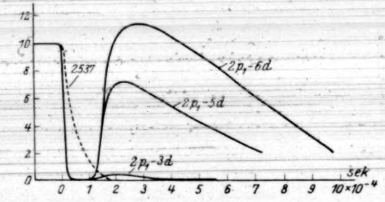

Fig. 7.

$3\cdot 10^{-4}$ sec nach dem Löschen durch ein Maximum und nimmt dann in Zeiten von etwa 10^{-3} sec allmählich bis auf Null ab. Die Fig. 7 zeigt dies für einige Linien der Serie $2p_1-md$. (Die Zeiten sind gerechnet vom Beginn des Zwischenstadiums ab.) Die Intensitätsverteilung im Nachleuchten ist also eine ganz andere als die im Bogen; $1S-2p_2$ tritt hier zurück gegen $2p_1-md$ und innerhalb der Serie treten die höheren Seriengliederer hervor. In der Serie $2p_1-ms$ liegen die Dinge komplizierter (vgl. die Tabellen 1 und 2), während in der Serie $2P-mD$ wiederum die höheren Glieder bevorzugt zu sein scheinen.

1. Serie $2p_1-md$.

	Intensität im Nachleuchten: Intensität im Bogen.
$2p_1-3d$	1 : 100
$2p_1-4d$	1 : 2
$2p_1-5d$	1 : 1
$2p_1-6d$	>1
$2p_1-7d$	$\gg 1$
$2p_1-8d$	∞

2. Serie $2p_1-ms$.

$2p_1-1s$	1 : 50
$2p_1-2s$	1 : 2
$2p_1-3s$	$\ll$ 1 : 2
$2p_1-4s$	0

Kein Nachleuchten wurde beobachtet bei den Serien $2p-mS$ und $2P-mS$.

Die Gründe, die Hayner dazu führen, das Nachleuchten als ein Wiedervereinigungsleuchten zwischen Ionen und Elektronen zu deuten, sind in erster Linie gegeben durch die von der Intensitätsverteilung im Bogen gänzlich verschiedene Intensitätsverteilung. Diese Verschiedenheit spricht jedenfalls dafür, daß im Nachleuchten andere (oder noch andere) Faktoren bei der Emissionserregung tätig sind wie in der Bogenentladung. Daß es sich im Nachleuchten insbesondere nicht um eine Elektronenstoß-Anregung handelt, schließt Hayner aus dem Befund, daß das Nachleuchten erst beginnt, wenn die Linie 2537 bereits verloschen ist. Diese Gründe sind natürlich durchaus noch nicht überzeugend; eine weitere starke Stütze bekommt jedoch die Hypothese des Wiedervereinigungsleuchtens durch die später noch zu besprechenden Versuche über die Einwirkung elektrischer Felder auf das Nachleuchten.

Ganz analoge Versuche hat Kenty (8) über das Nachleuchten des Argons angestellt. Er hat aber vor allem die Diskussion überzeugender gestalten können dank der Mitbenutzung von Potentialmessungen mit einer Langmuir-Sonde. Als anregende Entladung diente eine Bogenentladung zwischen einer Oxydkathode und einer in 5 mm Entfernung davon angebrachten Plattenanode, als Füllgas diente reines Argon von 0,5—1,6 mm Druck. Die spektroskopische Untersuchung wurde ebenfalls vorgenommen durch eine Stroboskopscheibe hindurch, die mit der Schaltvorrichtung direkt gekoppelt war. Ebenso wie in den Versuchen von Hayner konnte nach dem Löschen des Bogens das nachleuchtende Gas einem Feld ausgesetzt werden.

Auch in Argon lassen sich nach der Arbeit von Kenty und sogar noch deutlicher als für Quecksilberdampf, die drei Stadien Bogenstadium, Zwischenstadium und eigentliches Nachleuchtestadium unterscheiden, deutlicher insofern, als das Zwischenstadium vollkommen dunkel zu sein scheint. In dem dann einsetzenden Nachleuchten von insgesamt etwa 0,001 sec Dauer — untersucht wurden vornehmlich die $2p-md$ und $2p-ms$-Serien — waren gegenüber der Intensitätsverteilung im Bogen die höheren Seriengliederer bevorzugt, die bis zum 13. Glied erhalten werden konnten. Dies zeigt die Existenz von hochangeregten Argonatomen an, die sich nur 0,08 Volt unterhalb der Ionisation, d. h. 15,6 Volt über dem Grundzustand bzw. 3,9 Volt über dem metastabilen $1s_3$-Zustand befanden. Wichtig für die Deutung des Nachleuchtens als Wiedervereinigungsleuchten sind nun insbesondere die beiden folgen-

den Beobachtungen. Nach einem Vorschlag von Franck wurde dem Argon Wasserstoff in kleiner Menge (0,001 mm) zugesetzt, ohne daß hierdurch irgendeine merkbare Veränderung im Nachleuchten eingetreten wäre; Kenty folgert hieraus, daß die genannten hochangeregten Argonatome, denen die Nachleuchtemission zuzuschreiben ist, jedenfalls nicht erst nachträglich durch 3,9 Volt Elektronen aus metastabilen $1s_3$-Atomen gebildet sein können. Diese Folgerung wird ergänzt durch die Beobachtung, daß nach einem zufälligen Einbringen von Natriumdampf in den Bogen im Nachleuchten keine Spur der *D*-Linien zu bemerken war, während sie in der Bogenentladung selbst sehr stark emittiert wurden. Denn es zeigt dies, daß im nachleuchtenden Gas keine Elektronen über 2 Volt vorhanden sind und zeigt außerdem von neuem, daß auch keine metastabilen Argonatome vorhanden sind, die durch eine sensibilisierte Fluoreszenz das Natrium hätten anregen müssen.

Ebenso wichtig wie die bisher allein geschilderten spektroskopischen Befunde sind die Ergebnisse und die Diskussion einer Reihe von Beobachtungen über die Einwirkung elektrischer Felder auf das Nachleuchten. Hayner und Kenty haben sich in ihren Arbeiten damit eingehend beschäftigt und Pool (9) hat dazu eine erwünschte Ergänzung gegeben.

Zuerst sei die Sachlage zwischen der Kathode und der Anode während der drei Stadien des Leuchtens geschildert. Im Bogenstadium liegt in der Umgebung der Kathode ein Gebiet positiver Raumladung, vor der Anode ein Gebiet negativer Raumladung. Elektronen und Ionen werden in bekannter Weise erzeugt durch direkten Elektronenstoß und bei größeren Stromdichten durch Stufenionisation, Lichtabsorption usw.; sie gehen verloren und der stationäre Zustand wird aufrecht erhalten durch die Trägerwanderung im elektrischen Feld, durch Diffusion an die Elektroden und die Gefäßwände. Schaltet man aber nun die Spannung ab, so beginnen die Raumladungen sich auszugleichen. Anfangs wirken auf die Elektronen in dem zusammensinkenden Raumladungsfeld zwar noch weiterhin elektrische Triebkräfte; diese reichen aber schon nach sehr kurzer Zeit nicht mehr hin, um die Elektronen auf die Anregungsspannung der Bogenlinien zu bringen und es tritt deshalb im Argon das dunkle Zwischenstadium auf bzw. im Quecksilberdampf das Zwischenstadium, in dem nur noch die Linie 2537 in der Nähe der Kathode emittiert werden kann. Andererseits sind in diesem Stadium die Elektronengeschwindigkeiten noch zu groß, um eine merkliche Wiedervereinigung zustande kommen zu lassen. Erst wenn das Feld durch den Raumladungsausgleich genügend geschwächt ist, setzt die Wiedervereinigung stark ein und es beginnt das Nachleuchten. Wenn man nun im Stadium des Nachleuchtens von neuem eine äußere Spannung an die Elektroden legt, so zeigt sich, daß gegen eine „positive" Spannung (Anode +, Kathode —) das Nachleuchten außerordentlich empfindlich ist und schon bei wenigen Volt Spannungsdifferenz zwischen Kathode und Anode ausgelöscht wird, während es gegen eine „negative" Spannung (Anode —, Kathode +) ganz unempfindlich ist, und zwar hinauf bis zu etwa 100 Volt. Die Deutung dieses zunächst überraschenden Befundes läßt sich geben durch einfache Raumladungsbetrachtungen und be-

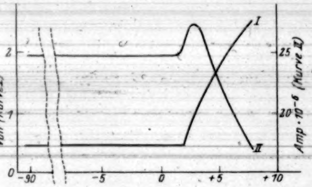

Fig. 8.

stätigt die Hypothese Nachleuchten = Wiedervereinigungsleuchten aufs beste. Denn bei negativer Spannung legt sich sogleich um die Anode eine positive Raumladungsschicht, die das Feld von dem übrigen Raum zwischen den Elektroden abschirmt, während bei positiver Spannung sich zwar auch eine Ionenschicht vor die Kathode legt, durch diese hindurch aber aus der nachglühenden Kathode verhältnismäßig schnelle Elektronen in den Beobachtungsraum hineingeschossen werden. Eine direkte Bestätigung dieser Deutung konnte Kenty geben mit Hilfe einer Langmuir-Sonde, die unmittelbar nach dem Beginn des Nachleuchtens die mittlere Elektronengeschwindigkeit zu messen erlaubte. Fig. 8, Kurve I zeigt die mittlere Elektronengeschwindigkeit (in Volt) in Abhängigkeit von der angelegten Spannung und dürfte schlagend das Gesagte bestätigen. In demselben Sinn lassen sich übrigens auch Nachstrommessungen von Hayner deuten. Eine weitere Stütze findet die Wiedervereinigungshypothese durch eine Reihe anderer Versuche, die Kenty angestellt hat. So z. B. zeigte sich, und dies dürfte besonders überzeugend sein, daß eine kleine (3—4 Volt) zu Beginn der Nachleuchteperiode zwischen Kathode und Anode liegende positive Spannung die Intensität am Ende der Nachleuchteperiode verstärkte. Die Erklärung dafür ist, daß hier-

durch eine Anreicherung von Trägern im Beobachtungsraum erzielt wird und findet ihre Bestätigung durch Nachstrommessungen. Werden höhere positive Spannungen angelegt, so wird das Nachleuchten am Ende des Nachleuchtestadiums geschwächt. Die Kurve II in Fig. 8 zeigt die Nachströme und zeigt den vollkommenen Parallelismus zwischen den Nachströmen und dem Nachleuchten.

Eine Ergänzung zu diesen Befunden liefern Messungen der zu bestimmten Zeiten nach dem Löschen eines Bogens in der Entladungsbahn noch vorhandenen Restleitfähigkeit, da solche Messungen am besten und unmittelbar darüber orientieren können, wie lange sich überhaupt freie Ladungsträger im Entladungsraum erhalten können. Man könnte daran denken, die Existenz derartiger Restladungen mittelbar zu erschließen aus der Abnahme der Wiederzündspannung eines Bogens mit abnehmender Dauer der Löschpause — wobei man praktisch natürlich am einfachsten mit Wechselstrom arbeitet — muß aber bei der Deutung diesbezüglicher Befunde sehr vorsichtig sein, wie dies z. B. schon die Arbeiten[1]) von Kannenstine, Marshall und Eckart an Helium- und Quecksilberbogen zeigten. Denn die Existenz langlebiger metastabiler Anregungszustände kann ganz ähnliche Effekte vortäuschen wie die Existenz wirklicher Restladungen. Besser ist es deshalb, die Restladungen unmittelbar nachzuweisen aus den Restströmen, die nach dem Löschen des Bogens zwischen den Elektroden oder zwischen geeignet angebrachten Hilfselektroden erhalten werden können. Derartige Messungen hatte auch Hayner, am eingehendsten aber Pool (9) ausgeführt. Allerdings könnten auch hier metastabile Zustände Restladungen vortäuschen, dadurch z. B., daß sie bei ihrer Rückkehr in den Normalzustand eine photoelektrisch aktive Strahlung aussenden oder (nach Holst u. Oosterhuis) dadurch, daß sie beim Auftreffen auf die Elektroden aus diesen Elektronen auslösen. Man kann sich aber unschwer überzeugen, daß solche Nebeneffekte quantitativ keine Rolle spielen können und kann aus den Reststrommessungen schließen, daß unter günstigen Bedingungen sogar noch bis zu Zeiten von der Größenordnung 10^{-1} sec freie Elektronen und Ionen in meßbaren Mengen vorhanden sind. Als ein Beispiel diene die folgende von Pool angegebene Tabelle, die unter T die Zeit in sec. seit dem Löschen des Bogens, unter n die Anzahl der zu dieser Zeit noch vorhandenen Ionen bzw. Elektronen in 1 cm^3 mitten zwischen Kathode und Anode des erregenden Bogens enthält. Der Bogen brannte dabei in einem kugelförmigen Gefäß von etwa 10 cm Durchmesser zwischen einer Glühkathode und einer Plattenanode mit nur 0,04 Amp. in Quecksilberdampf (von leider nicht angegebener Dichte).

[1]) Vgl. den Bericht von Mierdel, Phys. Zeitschr. **28**, 344, 1927.

T	n
0,005	$3 \cdot 10^{11}$
0,01	$0,3 \cdot 10^{11}$
0,02	$0,05 \cdot 10^{11}$
0,03	$0,005 \cdot 10^{11}$
0,04	$0,0003 \cdot 10^{11}$

Das Verschwinden der Restladungen ist natürlich nicht nur und vielleicht sogar nur zum kleinsten Teil durch eine Wiedervereinigung bedingt, sondern in der Hauptsache durch eine Diffusion an die Wände und durch eine Wanderung in den mit der Restladungsdichte zugleich abklingenden Raumladungsfeldern; die Abklinggeschwindigkeit hängt also stark ab von der Dichte des Füllgases und von der Gestalt des Entladungsgefäßes. Zu beachten ist bei der Deutung der speziellen Versuchsergebnisse ferner auch hier stets, daß die Restladungen durch die zwischen den zur Reststrommessung dienenden Elektroden angelegten Spannungen durchaus nicht so ausgetrieben werden, wie wenn das Feld sich ungestört zwischen diesen Elektroden ausspannen würde; denn es bilden sich sogleich an den Elektroden in bekannter Weise schützende Raumladungsschichten aus, deren Dicke mit abnehmender Reststromstärke allmählich anwächst, bis sie den ganzen Entladungsraum erfüllen. Von Bedeutung ist endlich noch ein von Pool geäußertes Bedenken gegen die bisherigen Bestimmungen der Lebensdauer der metastabilen Anregungszustände, auch wenn diese Bestimmung erfolgt nicht nach der oben erwähnten Wiederzündmethode, sondern z. B. optisch nach der Absorptionsmethode. Wenn nämlich Restladungen in merklichen Beträgen noch nach Zeiten vorhanden sind, die vergleichbar sind mit den vermeintlichen Lebensdauern der metastabilen Zustände, so könnte es sehr wohl sein, daß jene metastabilen Zustände tatsächlich eine viel kürzere Lebensdauer haben und daß sie lediglich dauernd nachgebildet werden durch die Wiedervereinigung der Restladungen.

3. Seriengrenzkontinua in kosmischen Lichtquellen.

Anhangsweise seien noch einige Beobachtungen (10) von Seriengrenzkontinuas an kosmischen Lichtquellen erwähnt; von theoretischen

Gesichtspunkten aus werden wir darauf im letzten Abschnitt bei Besprechung der Eddingtonschen Spekulationen noch zurückkommen und wollen hier lediglich einige unmittelbare Beobachtungen nennen. Es soll sich hier jedoch nur um Beobachtungen der Kontinua in Emission handeln, da die — bekanntlich mehrfach beobachtete — kontinuierliche Absorption jenseits der Seriengrenzen (Photoionisation) als die Umkehrung der Emission nur mittelbar und im Zusammenhang mit der statistischen Untersuchung des Strahlungsgleichgewichtes in leuchtenden Gasmassen von Interesse ist.

Wood hat schon vor langer Zeit darauf hingewiesen, daß auf der Sonne an der Grenze der Balmerserie eine schwache kontinuierliche Emission einsetzt. Evershed, Wright und Stratton haben nach einer Angabe von Herzberg in den Sonnenprotuberanzen und in einigen planetarischen Nebeln das Balmergrenzkontinuum ebenfalls beobachtet. Nicholson und Ching-Sung Yü teilen (nach freundlicher Mitteilung von Hr. Bengt Strömgren) dasselbe mit für das Emissionsspektrum van α-Cygni und α-Lyrae. Wahrscheinlich aber ließe sich diese Liste aus der mir nicht zugänglichen astrophysikalischen Literatur noch ergänzen und vielleicht auch auf die Spektra anderer Elemente ausdehnen. Besonders deutlich zeigt sich in einigen der astronomischen Spektren übrigens auch das schon von Paschen an den Heliumserien, und von Herzberg an der Balmerserie beobachtete und von diesem sowie von Ornstein und Minnaert eingehender diskutierte Übergreifen des Grenzkontinuums über die Seriengrenze (11). In astronomischen Spektren ist dabei vielleicht von Bedeutung, daß man bei der Beobachtung durch dünnere Schichten in dichtere hineinsieht.

An dieser Stelle sei auch noch hingewiesen auf die Eddingtonsche Theorie[1]) der „ruhenden Calciumlinien". Eddington nimmt an, daß der ganze interstellare Raum erfüllt ist von äußerst fein verteilter Materie, deren leichter ionisierbare Komponenten dauernd ionisiert werden, aber durch ein fortwährendes Einfangen von Elektronen wieder in den nächst niederen Ionisationsgrad bzw. den neutralen Zustand übergehen und damit fähig zur Absorption der entsprechenden Frequenzen werden. Das Calcium insbesondere soll doppelt ionisiert sein und durch den Elektronenfang — vgl. die Versuche von Balasse S. 333 — sollen auch Ca^+ Ionen bilden, die dann die H- und K-Linie des Sternenlichts absorbieren können.

[1]) Vgl. das Referat von O. Kohl, Naturwissenschaften **17**, 171, 1929.

4. Wiedervereinigungen im negativen Glimmlicht und in den Kanalstrahlen.

Erfreulicherweise scheint die Situation nun auch befriedigend geklärt zu sein hinsichtlich eines Problems, das lange Zeit zu einer beunruhigenden Verschiedenheit der Meinungen Veranlassung gegeben hatte, nämlich hinsichtlich der Frage, wieweit an der Lichtemission von Gasentladungen, insbesondere der Glimmentladung, ein Wiedervereinigungsleuchten beteiligt sei. Vor allem Franck und Jordan (12) einerseits (vgl. S. 342) hatten die Ansicht vertreten, daß in den Glimmentladungen ein Wiedervereinigungsleuchten überhaupt nicht in merklichem Grad an der Lichtemission beteiligt sei, während andererseits Langmuir, Compton und insbesondere Seeliger (13) für das Leuchten des negativen Glimmlichts ihm eine wesentliche Rolle zuschrieben. Für die positive Säule hat sich die skeptische Auffassung der erstgenannten Forscher als die richtige erwiesen (vgl. S. 341 ff.), für das Glimmlicht jedoch die optimistische der letzteren; hier haben Franck und Jordan die Stärke der Wiedervereinigungs-feindlichen elektrischen Felder augenscheinlich überschätzt. Denn neuere Versuche von Dewey (14) dürften zweifelsfrei erweisen, daß im Glimmlicht unter Umständen tatsächlich sogar der überwiegende Teil der Lichtemission durch Wiedervereinigungen bedingt ist. Dewey arbeitete mit einer bogenähnlichen Entladung in Helium von 0,2—1,1 mm Druck bei Stromstärken bis zu einigen Amperes und maß einerseits mit Langmuirsonden direkt die mittlere Elektronengeschwindigkeit (Elektronentemperatur), andererseits die optische Linienbreite mit einer Lummer-Gehrcke-Platte. Während in der Säule sich Elektronengeschwindigkeiten von 3 bis 6 Volt ergaben, wurden im Glimmlicht nur solche von einigen zehntel Volt bis höchstens ein Volt gefunden. Die Linienbreiten andererseits waren in beiden Entladungsteilen fast dieselben, herrührend von Ionengeschwindigkeiten von der Größenordnung 0,1 Volt; dies beweist auch die Abnahme der Linienbreite mit zunehmendem Gasdruck. Von Bedeutung ist ferner, daß die Elektronendichten in der Säule von der Größenordnung 10^{11}, im Glimmlicht von der Größenordnung 10^{12} waren und vor allem, daß nach einigen orientierenden Messungen die Intensität im Glimmlicht ungefähr proportional dem Quadrat der Elektronendichte gefunden wurde.

Nun darf man allerdings nicht vergessen, daß es sich bei diesen Versuchen um Bogenentladungen, d. h. um Entladungen mit einem Kathodenfall von nur etwa der Größenordnung 10 Volt handelte. In der regulären Glimmentladung mit kalter Kathode und wesentlich höheren Kathoden-

fällen ist wohl sicher anzunehmen — und wird auch durch eine Reihe optischer Befunde (Funkenlinien, Intensitätsabfall gegen den Faradayschen Dunkelraum hin u. dgl.) wahrscheinlich gemacht — daß sich über eine Wolke derartig langsamer und maxwellisch verteilter Elektronen ein Strom schnellerer und wesentlich gerichteter Elektronen lagert. Dann wird ohne Zweifel das Leuchten zu einem merklichen Teil auch aus Stoßleuchten bestehen. Zum Teil aber wird auch in diesen Fällen ein Wiedervereinigungsleuchten beteiligt sein. Seeliger hatte von ganz anderer Seite her diese Ansicht vertreten, nämlich auf Grund theoretischer Spekulationen über das Zustandekommen des „Glimmsaums" d. h der auffallenden scharfen Grenze zwischen dem negativen Glimmlicht und dem Kathodendunkelraum. Von verschiedenen Seiten war versucht worden (15), den Glimmsaum zu verstehen mit Hilfe der Abhängigkeit der Ausbeute leuchtanregender Elektronenstöße von der Stoßgeschwindigkeit (Anregungsfunktion) und der lawinenartig anwachsenden Zahl der von der Kathode wegwandernden Elektronen. Bei genauerer Analyse dieser beiden Faktoren zeigte sich jedoch, daß man auf diesem Weg zu einer befriedigenden Erklärung für die „Glimmsaumschärfe" nicht gelangen kann. Es hatte jedoch Holm schon vor längerer Zeit dieser „Anregungstheorie" des Glimmsaums eine „Feldtheorie" entgegengestellt (16), nach welcher das starke Feld im Kathodendunkelraum die Ursache für den Dunkelraum und den Glimmsaum sein sollte dadurch, daß es Wiedervereinigungen und damit ein Wiedervereinigungsleuchten verhindert. Seeliger (13) hat diese Anschauung dann ausgebaut durch Hinzunahme der Vorstellung, daß im Glimmlicht eine Wolke langsamer Elektronen lagert, die zum Teil sogar gegen das schwache Feld diffundiert und deren gegen die Kathode gerichtete Front wegen des Dunkelraumfeldes recht scharf begrenzt sein müßte. Die Wolkenelektronen und die namentlich im Beginn des Glimmlichts (Kanalstrahlenquelle!) ebenfalls zahlreich vorhandenen Ionen sollten durch Wiedervereinigung zur Lichtemission merklich beitragen und die genannte Wolkenfront sollte für den Glimmsaum verantwortlich sein. Die oben geschilderten Versuche von Dewey dürften die Grundlagen dieser theoretischen Betrachtungen nun soweit gestützt haben, daß an ihrer Richtigkeit zu zweifeln nun kein Grund mehr vorliegt. Immerhin sind noch einige Ergänzungen notwendig, um das Bild ganz befriedigend zu gestalten; so z. B. steht eine Erklärung der von Seeliger und Mitarbeitern gefundenen sog. Glimmsaumregel noch aus und auch die Emission der Seriengrenzkontinua gerade im regulären Glimmsaum müßte noch experimentell erwiesen werden.

Anhangweise sei noch hingewiesen auf die bekannten, in letzter Zeit namentlich von Rüchardt (30) untersuchten Umladungs(-Neutralisations)vorgänge in Kanalstrahlen. (Vgl. dazu auch die optischen Befunde von Herzberg, die S. 333 erwähnt wurden.) Der Vorgang, der hier interessiert, ist der, daß die im Kanalstrahl fliegenden Ionen aus den neutralen Teilchen des durchflogenen ruhenden Gases Elektronen herüberziehen und sich so neutralisieren. Es sind also hier eigentlich zwei Teilprozesse zu unterscheiden, nämlich die Ionisierung des getroffenen ruhenden Teilchens und die Anlagerung des hierdurch abgelösten Elektrons an das stoßende Ion und es kann sich der Anlagerungsvorgang zum Teil sicher noch innerhalb des getroffenen Gasteilchens abspielen. Auch ist m. W. in der Kanalstrahlenliteratur noch nie diskutiert worden, wieweit nicht etwa Vorgänge nach dem Schema der Stöße zweiter Art eine Rolle spielen. Immerhin dürfte die Zugehörigkeit des Neutralisationsmechanismus zu unserem Thema zwanglos gegeben sein. Die Messungen Rüchardts haben nun quantitative Werte für die mittlere freie Umladungsweglänge der Kanalstrahlionen ergeben und zwar insbesondere unter sonst denselben Bedingungen in Abhängigkeit von der Ionengeschwindigkeit relativ zum ruhenden Gas. Da diese Weglänge unmittelbar ein Maß ist für die reziproke Zahl der Neutralisationen auf der Einheit der Bahnlänge, lassen sich aus ihr Schlüsse auf die Anlagerungswahrscheinlichkeit ziehen. Wir kommen darauf (S. 350, 354) noch zurück.

II. Negative Ergebnisse.

5. Wiedervereinigungen in Kathodenstrahlen.

Den eben besprochenen Versuchen zum Nachweis eines Wiedervereinigungsleuchtens stehen nun eine Reihe anderer Versuche gegenüber, in denen es nicht gelungen ist, ein Wiedervereinigungsleuchten bzw. eine Wiedervereinigung nachzuweisen. Es ist das zunächst so zu verstehen, daß sich Wiedervereinigungseffekte innerhalb der erzielten Meßgenauigkeit nicht haben feststellen lassen oder daß derartige Effekte nach Ausweis der angestellten Beobachtungen anderen Effekten gegenüber (wie etwa einem Stoßleuchten, einem Verschwinden der Träger durch Diffusion usw.) quantitativ keine merkbare Rolle spielen. Es können also mit anderen Worten diese negativen Ergebnisse zunächst stets nur eine obere Grenze für die Häufigkeit der Wiedervereinigungseffekte liefern (vgl. dazu auch S. 8).

Zuerst sei eine Beobachtung von Child (17) hier erwähnt. Child hat eine Glühkathodenent-

ladung in Quecksilberdampf hergestellt, die das in Fig. 9 skizzierte Aussehen hatte. Die Umgebung der Kathode K emittierte kein Licht, sondern dieses setzte erst in einem Niveau G ein, in dem die von K kommenden Elektronen die Anregungs- (Ionisierungs- ?)Spannung erreicht haben und dehnte sich von hier aus mit abnehmender Intensität bis zur Anode A hin aus. Nach Child sollte man aber gerade zwischen G und K ein kräftiges Wiedervereinigungsleuchten zu erwarten haben. Denn die zwischen G und A durch Elektronenstoß in großen Mengen erzeugten positiven Ionen strömen langsam zur Kathode hin und begegnen dabei den von der Kathode kommenden noch nicht bis zur Anregungsspannung beschleunigten Elektronen. Child hat auch bereits darauf hingewiesen, daß man in der Umgebung eines durch ein verdünntes Gas hindurchgeschickten und dieses zur Lichtemission anregenden Elektronenstrahlbündels kein Leuchten beobachtet, obwohl gerade dort eine Wiedervereinigung zwischen den im Bündel erzeugten Elektronen und Ionen — die durch Diffusion nach allen Seiten sich ausbreiten — zu erwarten wäre. Auf denselben Befund haben Franck und Jordan (12) aufmerksam gemacht. Versuche des Verfassers (gemeinsam mit H. Straehler), die eine genauere Analyse des Leuchtens in der Umgebung eines durch Blenden scharf begrenzten Elektronenstrahles zum Ziel hatten, haben dies bestätigt und haben bisher jedenfalls auch keinen Anhalt dafür gegeben, daß außerhalb der geometrischen Strahlenbahn ein mit dem Stoßleuchten im Strahl an Intensität vergleichbares Leuchten auftritt, das nicht zwanglos durch Nebeneffekte zu erklären wäre (seitliche Ablenkung der Strahlelektronen, Anregung durch metastabil angeregte, aus dem Bündel herausdiffundierende Atome u. dgl.). Auch weitere (ebenfalls unveröffentlichte) Versuche über die Wirkung eines elektrischen Querfeldes, wobei die Ablenkung des Elektronenstrahls durch ein senkrecht zum Strahl und zu dem elektrischen Querfeld stehendes Magnetfeld kompensiert wurde, haben bisher keinen Hinweis auf eine merkliche Beteiligung von Wiedervereinigungen an der Lichtemission geliefert. Versuche derselben Art hat unabhängig davon inzwischen Maxwell (18) wesentlich eingehender durchgeführt. Der von der Glühkathode G (Fig. 10) kommende Elektronenstrahl geht durch ein Blendensystem S_1, durchsetzt dann den eigentlichen Beobachtungsraum B und wird in einem Faradayzylinder F aufgefangen. Die Schärfe des Strahls wird erhöht durch ein longitudinales Magnetfeld; zwischen F und der Blende S_2 liegt eine beschleunigende Hilfsspannung, um die Rückdiffusion von Sekundärelektronen in den Beobachtungsraum zu verhindern. Beobachtet wird die Lichtemission in B und zwar sowohl wenn B feldfrei ist als auch wenn zwischen den Kondensatorplatten $C_1 C_2$ ein Querfeld von solcher Stärke (maximal 200 Volt/cm) liegt, daß Sättigungsstrom fließt, daß also alle Wiedervereinigungen verhindert werden. Die Versuche wurden angestellt in Quecksilberdampf von 0,001 mm Druck mit Elektronenstrahlgeschwindigkeiten von einigen hundert Volt und ergaben, daß die Intensität der Linien des Bogenspektrums — die allein hier interessieren — durch das Querfeld nicht merkbar verringert wird.

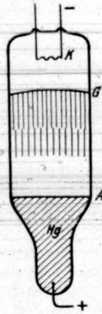

Fig. 9.

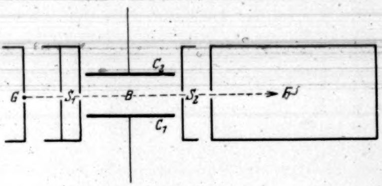

Fig. 10.

6. Die Vorgänge in der positiven Säule.

Zu den Versuchen mit negativem Ergebnis sind vor allem auch die bis jetzt zwar z. T. nur theoretischen und indirekten Schlüsse zu rechnen, in denen die Lichtemission der positiven Säule der Glimmentladung als in der Hauptsache durch Elektronenstoß unmittelbar erregt erwiesen und das Fehlen einer merklichen Wiedervereinigung überhaupt postuliert wird. Für die Lichtemission haben Langmuir und dann Compton, Turner und Mc Curdy darauf hingewiesen (13), daß in der Säule der regulären Glimmentladung ein Wiedervereinigungsleuchten neben dem Stoß-

leuchten quantitativ keine Rolle spielen kann oder genauer gesagt, daß es jedenfalls nicht möglich ist, zugleich das Leuchten der Säule und des negativen Glimmlichts als in der Hauptsache durch Wiedervereinigungen bedingt zu deuten. Der Gedankengang, der zu diesem Schluß führt, ist im wesentlichen der folgende: Aus Messungen mit Langmuir-Sonden läßt sich in bekannter Weise auch die Raumdichte n_- und n_+ der Elektronen und der positiven Ionen finden und derartige Messungen haben nun (vgl. Fig. 11 nach Compton, Turner und Mc Curdy und S. 340) ergeben, daß im negativen Glimmlicht n_- und n_+ um ein bis zwei Größenordnungen größer ist als in der Säule. Wenn nun, wie die genannten Forscher annehmen, die Zahl der Wiedervereinigungen proportional dem Produkt der Trägerdichten ist, und wenn im Glimmlicht und in der Säule das Leuchten im wesentlichen als ein Wiedervereinigungsleuchten anzusehen wäre, müßte das Glimmlicht 100- bis 1000 mal heller sein als die Säule, eine Folgerung, die mit der Erfahrung durchaus nicht übereinstimmt (tatsächlich ist sogar meist die Säule heller als das Glimmlicht). Diese Schlußweise ist aber, in dieser Form wenigstens, in keiner Weise überzeugend, da von derselben Bedeutung für die Zahl der Wiedervereinigungen wie das Produkt der Trägerdichten die Relativgeschwindigkeit der Träger zueinander ist. Erst die weitere Feststellung, daß das Feld im Glimmlicht nicht ebenfalls größenordnungsmäßig größer ist als in der Säule, kann die obige Argumentation beweiskräftig machen. Aber in allen Fällen, in denen Sondenmessungen der Feldkraft mit dem genannten Ergebnis vorliegen — die nicht zu verallgemeinern nach allen Erfahrungen übrigens kein triftiger Grund vorliegen dürfte —, wird man tatsächlich zu der Folgerung gedrängt, daß das Leuchten der Säule und des Glimmlichts zugleich jedenfalls nicht als ein Wiedervereinigungsleuchten gedeutet werden kann. Insbesondere kann, wenn im Glimmlicht

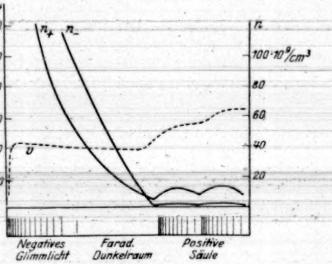

Fig. 11.

kein merkliches W-Leuchten angenommen wird, dies a fortiori auch für die Säule nicht angenommen werden. Nicht jedoch darf man den umgekehrten Schluß ziehen.

Für die Säule kann nun tatsächlich als erwiesen gelten, daß an der Lichtemission Wiedervereinigungen nicht in merklichem Maß beteiligt sind. Franck und Jordan (12) hatten bereits darauf hingewiesen, daß ein Wiedervereinigungsleuchten in Trägerwolken, die elektrischen Feldern ausgesetzt sind, wegen der vom Felde herrührenden ungerichteten Ionengeschwindigkeiten eine über die thermisch bedingte hinausgehende Linienverbreiterung zeigen müßte, die bisher in der Emission der Glimmentladungssäulen nicht gefunden worden ist. (Vgl. dazu S. 339.) Sie haben ferner darauf aufmerksam gemacht, daß mit zunehmendem Verhältnis des Quotienten Druck: Feldstärke die höheren Serienglieder im Verhältnis zu den ersten Gliedern schwächer werden und schließlich ganz verschwinden und daß auch dieser Befund nur bei Stoßleuchten, nicht aber bei Wiedervereinigungsleuchten zu verstehen sei.

Zu einem ebenfalls negativen Ergebnis ist Hayner (7) auf anderem Weg gekommen und hat aus ihren Beobachtungen am Quecksilberbogen geschlossen, daß der größte Teil der Lichtemission des Bogens (genauer gesagt, der positiven Säule des Bogens) durch Elektronenstoß und nicht durch Wiedervereinigung angeregt wird. Sie fand nämlich, daß das Bogenspektrum schon $5 \cdot 10^{-6}$ sec nach dem Anlegen der Zündspannung seine volle Intensität erreicht, während für die Funkenlinien dies erst nach $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ sec der Fall ist. (Diese letztere Zeitspanne ist erforderlich zur vollständigen Ausbildung der stationären Raumladungskonfiguration.) Da die Intensität der Funkenlinien cet. par. ein Maß für die Anzahl der vorhandenen Ionen ist, ist die Folgerung von Hayner in der Tat sehr beweiskräftig und vielleicht von allen bisher vorgebrachten überhaupt die überzeugendste.

Schon vorher hatte Child (19) darauf aufmerksam gemacht, daß die Helligkeit der Säule nicht, wie bei vorwiegendem Wiedervereinigungsleuchten zu erwarten wäre, dem Quadrat der Stromstärke, sondern ihrer ersten Potenz proportional ist. Obgleich wirklich zuverlässige Messungen der Helligkeit der Säule über ein genügend weites Gebiet der Versuchsbedingungen noch fehlen, ist die Arbeit von Child doch beachtenswert durch einen in ihr mitgeteilten Versuch, die Annahme eines Wiedervereinigungsleuchtens trotzdem aufrecht zu erhalten. Wenn auch dieser Versuch — es handelt sich um die Hypothese einer Anlagerung der Elektronen an die Gasteilchen mit dann erst folgender Wiedervereini-

gung zwischen Ionen, wie dies schon Holm in seiner Theorie des Glimmstroms angenommen hatte — heute kaum mehr als richtig angesehen werden kann, zeigt er doch die den meisten theoretischen Überlegungen über Gasentladungen leider immer noch anhaftende Unsicherheit und die aus der außerordentlichen Kompliziertheit der zu übersehenden Vorgänge entspringende Dehnbarkeit aller Deutungen.

Wir werden auf die Frage der Wiedervereinigungshäufigkeit in der positiven Säule sogleich weiter eingehen. Vorher ist aber noch eine Untersuchung von Ornstein, Burger und Kapuscinski (20) zu erwähnen, in der durch eine Verbindung von atomtheoretischen Überlegungen mit exakten Messungen zunächst einmal für einen speziellen Fall der Mechanismus der Säulenemission geklärt worden ist. Von den Ergebnissen

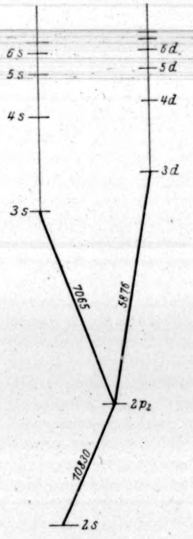

Fig. 12.

dieser Arbeit interessiert hier nur das folgende. Wenn man annimmt, daß das Leuchten nur durch Wiedervereinigung zwischen Elektronen und Ionen zustandekommt, so muß jeder Zustand der emittierenden Atome ebensooft aus energiereicheren Zuständen durch Ausstrahlung entstehen, wie er durch Ausstrahlung nach energieärmeren Zuständen verloren geht. Die Zahl Z der Übergänge im Atom, die mit der Emission der Frequenz ν verbunden sind, ist nun $Z = I/h\nu$, wo I die Intensität der emittierten Linie ist und ist also durch eine absolute Intensitätsmessung zu finden. Für reines Wiedervereinigungsleuchten müßte dann also sein

$$\sum_z Z = \sum_w Z$$

oder

$$Q = \left(\sum\nolimits_z I/\nu\right) : \left(\sum\nolimits_w I/\nu\right) = 1\,,$$

wo sich die Summe z auf alle zu dem betrachteten Zustand hinführenden, die Summe w auf alle von ihm wegführenden Übergänge bezieht. Je mehr sich Q (< 1) von dem Wert 1 entfernt, desto mehr wird im Emissionsmechanismus die Stoßanregung überwiegen. Kleine Werte von Q zeigen also an, daß die Stoßanregung die Hauptrolle spielt. Umgekehrt aber geben natürlich Werte von Q gleich oder nur wenig kleiner als 1 allein noch keinen Hinweis dafür, daß es sich vornehmlich um ein Wiedervereinigungsleuchten im eigentlichen Sinn handeln muß.

Die notwendigen Messungen haben die genannten Forscher für den $2p_2$-Zustand des Heliums-Tripletsystems durchgeführt. Wie die Fig. 12 an einem Ausschnitt aus dem bekannten Termschema zeigt, führt vom $2p_2$-Zustand weg nur der Übergang nach $2s$ (10830), zu ihm hin führen alle Übergänge von den ms und md Niveaus. Von diesen konnten jedoch nur erfaßt werden die beiden überwiegend stärksten $2p$—$3s$ (7065) und $2p$—$3d$ (5876), da diese allein thermoelektrisch gemessen werden konnten. Der Wert von

$$\frac{(I/\nu)_{7065} + (I/\nu)_{5876}}{(I/\nu)_{10830}}$$

stellt also vorläufig nur eine untere Grenze für Q dar; der Intensitätabfall in den Serien war jedoch

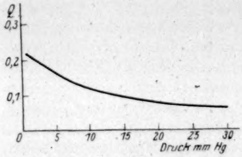

Fig. 13.

ein so steiler, daß sich der wirkliche Wert wahrscheinlich nur wenig über diese Grenze erheben wird. Bei höheren Drucken bis herab zu 7 mm diente als Entladungsrohr entweder ein gewöhnliches Geißlerrohr oder ein mit Glühkathode betriebenes Entladungsrohr, Lichtquelle war hier die positive Säule. Bei tieferen Drucken wurden Elektronen in eine zylindrische Anode hineingeschossen und das dort erregte Licht wurde durch einen achsialen Spalt beobachtet. Das Ergebnis ist in der Fig. 13 gezeichnet und zeigt,

daß in der Säule tatsächlich nur ein kleiner Teil der Gesamtemission einem Wiedervereinigungsleuchten zuzuschreiben ist. Bei den kleinsten Drucken wäre eine Ergänzung durch photographisch-photometrische Methoden wünschenswert und scheint auch in Aussicht genommen zu sein.

Von ganz anderer Seite her hatte sich schon vorher ebenfalls gezeigt, daß Wiedervereinigungen in der Säule keine große Rolle spielen können. Man kann nämlich aus der Abhängigkeit des Gradienten in der Säule von der Rohrweite und aus der Gültigkeit der Ähnlichkeitsgesetze schließen, daß die Säule die durch Elektronenstoß gebildeten Träger nur zu geringem Teil durch Wiedervereinigung im freien Gasraum verliert und daß der stationäre Zustand (d. h. das Gleichgewicht zwischen Trägererzeugung und Trägervernichtung) in der Hauptsache aufrechterhalten wird durch das Fortdiffundieren der Träger an die Wände des Entladungsraumes, wo dann erst die Neutralisation durch eine Wiedervereinigung vor sich geht. Es haben darauf Holm und der Verfasser zuerst hingewiesen und es ist dann Schottky gelungen, die Theorie in strengere mathematische Form zu bringen (21). Bis zu ganz sicheren quantitativen Folgerungen sind diese Überlegungen zwar noch nicht fortgeschritten, das genannte Ergebnis kann aber in der Hauptsache wohl als gesichert gelten. Abgesehen von den Ergebnissen der Schottkyschen Theorie, über die hier im einzelnen zu berichten zu weit führen würde, handelt es sich dabei um etwa den folgenden Grundgedanken. In geometrisch ähnlichen Entladungsgefäßen, im speziellen etwa in zylindrischen Rohren von verschiedenen Durchmessern, kann unter gewissen Bedingungen auch eine physikalische Ähnlichkeit herrschen derart, daß sich in homologen Punkten dieselben Vorgänge abspielen. Dies ist möglich, wenn die Gasdichte im umgekehrten Verhältnis zu den linearen Rohrdimensionen steht und die Entladungsstromstärke i dieselbe ist und zeigt sich z. B. darin, daß homologe Punkte dasselbe Potential besitzen. Ist g der Gradient in der Säule, r der Rohrradius, d die Gasdichte, so müßte also im Fall „ähnlicher" Entladungen eine Beziehung der folgenden Form zwischen diesen Größen bestehen

$$f(rg,\ rd,\ i) = 0.$$

Wesentlich ist nun, daß eine derartige Ähnlichkeit nur bestehen kann, wenn es einen letzten Endes für alle Vorgänge maßgebenden Faktor gibt, der mit der Gasdichte „transformierbar" ist, wie z. B. die Stoßgeschwindigkeit der Elektronen. Spielen also Vorgänge eine Rolle, die nicht in dem genannten Sinn transformierbar sind, wie etwa Wiedervereinigung, Anregung in Stufen u. dgl. so können die Ähnlichkeitsgesetze nicht gelten. Die Situation ist also die, daß man — nun sogleich spezialisiert auf die uns hier interessierende Wiedervereinigung — aus der Gültigkeit der Ähnlichkeitsgesetze auf das Fehlen einer merklichen Wiedervereinigung schließen kann; umgekehrt kann man aus dem Versagen der Ähnlichkeitsgesetze natürlich nicht eindeutig entscheiden, welcher Faktor die Ähnlichkeit stört und ob diese Störung nun gerade z. B. auf die Wiedervereinigung zurückzuführen ist. Die experimentelle Prüfung stößt allerdings auf erhebliche Schwierigkeiten, da die Ähnlichkeitsbetrachtungen gleiche Gastemperatur in den beiden Entladungen oder die Möglichkeit einer Reduktion auf gleiche Temperatur voraussetzen und nur dann an Stelle der Dichte der Druck gesetzt werden kann. Schon Holm konnte zeigen, daß für die positive Säule die Ähnlichkeitsgesetze z. B. in Wasserstoff gut erfüllt sind und Güntherschulze (22) hat neuerdings für die zweiatomigen Gase unter Berücksichtigung der Temperatureffekte eine Formel

$$g = C \cdot \frac{\lambda^{m-1}}{r^m}$$

ableiten können (in der λ die mittlere freie Elektronenweglänge ist) die den Ähnlichkeitsgesetzen entspricht. Für die einatomigen Gase (Edelgase und Quecksilber) hingegen haben sich deutliche, wenn auch kleine Abweichungen gezeigt.

Anschließend an diese Arbeiten über die Säule sind noch zu erwähnen die Beobachtungen von Güntherschulze (23) an einer besonders einfachen Form der Säule, die in sehr weiten Gefäßen sich ausbildet und in der üblichen Nomenklatur als „extrem flacher Rumpf" bezeichnet werden kann. Es handelt sich dabei im wesentlichen um zwei gegeneinander laufende Konvektionsströme, einen Elektronenstrom und einen Ionenstrom, die in relativ schwachen Feldern (Volt/Weglänge zwischen 0,03 in Argon bis 0,93 in Wasserdampf) strömen und hier im speziellen darum, daß dabei in den meisten Gasen keinerlei Lichtemission beobachtet werden konnte, mit Ausnahme natürlich je einer auf der Kathode und der Anode liegenden leuchtenden Schicht, in denen auch die erforderlichen Träger erzeugt werden.

7. Direkte Messung der Wiedervereinigung.

Alle Messungen des zeitlichen Abklingens der Restladungen nach dem Löschen einer Entladung können naturgemäß und bestenfalls nur zu oberen Grenzen für die Wiedervereinigungswahrscheinlichkeit führen. Den einzigen Versuch,

die Wiedervereinigung direkt zu messen, hat bisher Atkinson (24) auf Veranlassung von Franck unternommen; leider konnte dabei aber aus meßtechnischen Gründen ebenfalls nur eine obere Grenze für die Wiedervereinigungswahrscheinlichkeit festgelegt werden. Das Prinzip dieser Versuche besteht darin, Ionenstrahlen durch eine Wolke von Elektronen hindurchzusenden und festzustellen, wieviel Ionen dabei durch Wiedervereinigung ausscheiden. Die benutzte Apparatur ist in Fig. 14 schematisch gezeichnet in der

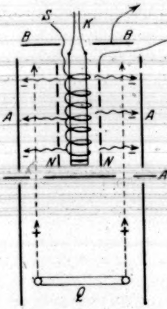

Fig. 14.

nach den Vorversuchen durchkonstruierten Gestalt; sie vermeidet störende Wandladungen, die anfangs alle Ergebnisse gefälscht hatten. Die Elektronen gehen aus von dem Glühdraht K, der zur Verkleinerung der ihn umgebenden negativen Raumladung mit der positiv geladenen Spirale S umgeben ist, werden zwischen S und dem Netz N verzögert und treten mit etwa 1 Volt Geschwindigkeit in den eigentlichen feldfreien Untersuchungsraum zwischen N und der Elektrode A ein. Die positiven Ionen werden erzeugt von der Cäsium-Eisenoxydanode Q nach Kunsmann und treten mit etwa 200 Volt Geschwindigkeit durch einen Ringschlitz in A' in den Beobachtungsraum. Gemessen wird der von B aufgefangene Ionenstrom (10^{-6}—10^{-7} Amp.) mit und ohne Elektronenstrom und zwar stets nach periodischer Abschaltung der Heizspannung mit einem rotierenden Schalter (80 Unterbrechg./sec). Die sorgfältig durchgeführte Diskussion der Versuche ist in ihren Einzelheiten hier ohne Interesse. Das Ergebnis läßt sich dahin zusammenfassen, daß bei der bisher erreichten Genauigkeit der Strommessung ($^1/_5$ Proz.) keine Beeinflussung der Ionenstrahlen durch die Elektronenwolke festgestellt werden konnte. Aus den Versuchsdaten läßt sich hieraus berechnen, daß Cäsiumionen gegen Elektronen, deren Geschwindigkeit in der Mehrzahl kleiner als 1 Volt und fast durchwegs kleiner als etwa 3 Volt ist, mit einem Wiedervereinigungsradius kleiner als $7 \cdot 10^{-7}$ cm wirksam sind. Man kann mit dieser Zahlenangabe, da es sich dabei, wie gesagt, um eine obere Grenze handelt, allerdings nicht viel anfangen; wir kommen darauf übrigens im theoretischen Teil dieses Berichtes nochmals zurück. Es ist aber nützlich, zur Orientierung schon hier mit der von Atkinson erreichten oberen Grenze $7 \cdot 10^{-7}$ cm für den Wiedervereinigungsradius die Wirkungsradien des Cäsiumions zu vergleichen wie sie sich nach anderen Methoden ergeben haben. Nach einer Zusammenstellung von Ramsauer und Beeck*) liegen diese um mehr wie eine Zehnerpotenz tiefer, nämlich im Mittel bei etwa $1{,}5 \cdot 10^{-8}$ cm.

III. Theoretische Betrachtungen.

8. Qualitative Überlegungen.

Solange nur einige der im Vorhergehenden beschriebenen negativen Ergebnisse bekannt waren und ein Wiedervereinigungsleuchten überhaupt noch in keinem Fall als mit Sicherheit nachgewiesen gelten konnte, hätte man denken können, daß zwar eine Wiedervereinigung zwischen Ionen und Elektronen stattfindet, daß aber dabei das Elektron stets oder mit weit überwiegender Häufigkeit in der innersten Quantenbahn eingefangen wird. Die Theorie gab zwar keinen vernünftigen Grund dafür an die Hand, jene Ansicht scheint aber doch von einigen an der Frage des Wiedervereinigungsleuchtens interessierten Physikern implizite gehegt worden zu sein. Durch den sicheren Nachweis positiver Ergebnisse ist die Situation natürlich sogleich eine andere geworden. Wir wissen nun, daß nicht nur unter geeigneten Bedingungen Anlagerungen freier Elektronen an Ionen stattfinden, sondern daß diese Anlagerungen auch in anderen als der innersten Bahn erfolgen, daß also die Seriengrenz-Kontinua und nachfolgend die anschließenden Teile des Bogenspektrums als ein Wiedervereinigungsleuchten emittiert werden können. Man steht also jetzt in Hinblick auf die Tatsache der teils positiven und der teils negativen Versuchsergebnisse der Fragestellung gegenüber: Unter welchen Bedingungen findet eine Anlagerung statt und mit welcher Häufigkeit findet sie in den einzelnen Quantenbahnen statt? Auch die erste dieser Teilfragen ist als eine durchaus quantitative aufzufassen, d. h. man wird die Frage genauer dahin zu formulieren haben, unter welchen Bedingungen die Anlagerung vergleichbar ist mit der Wirkung anderer trägervernichtender Prozesse und das Wiedervereinigungsleuchten

*) C. Ramsauer u. O. Beeck, Ann. d. Phys. **87**, 1, 1928.

vergleichbar ist mit dem Stoßleuchten bzw. wann Wiedervereinigung und Wiedervereinigungsleuchten mit den benutzten Beobachtungsmitteln noch festgestellt werden können. Man wird also die negativen Versuche — die nun eigentlich von größerem Interesse sind als die positiven — nur noch in dem Sinn zu deuten geneigt sein, daß zwar auch bei ihnen tatsächlich Wiedervereinigungen und Wiedervereinigungsleuchten vorhanden waren, daß sie aber unter der Schwelle der Versuchsempfindlichkeit geblieben sind. Dann kann natürlich von Bedingungen, die den Vorgang der Wiedervereinigung überhaupt unmöglich machen und von einer scharfen Abgrenzung von Existenzbereichen des Wiedervereinigungsprozesses nicht mehr die Rede sein und man wird deshalb zunächst nach den Faktoren fragen müssen, die die Wiedervereinigung begünstigen bzw. hemmen.

Geht man die besprochenen positiven und negativen Versuche durch, so kann man die bestehenden Möglichkeiten sogleich stark einengen. Man wird nämlich sofort sagen können, daß für häufige Wiedervereinigungen zunächst einmal große Dichte der Elektronen und Ionen notwendig ist. Man findet dies bestätigt z. B. durch die von Paschen und Mohler gewählten Versuchsbedingungen und könnte andererseits vielleicht auch einige der negativen Versuche dadurch erklären. Man sieht aber sogleich auch, daß neben dieser selbstverständlichen notwendigen Bedingung noch eine andere, hinreichende, erfüllt sein muß. Denn es ist sonst z. B. nicht zu verstehen, daß zwar in der positiven Säule eines Metallbogens trotz der hohen Trägerdichte keine merkliche Wiedervereinigung stattfindet, wohl aber im Nachleuchten des aus ihm abgezapften Dampfes, in dem die Trägerdichten bestenfalls dieselben sein könnten wie in der Säule selbst. Die Diskussion der Nachleuchteversuche, insbesondere der unter Benutzung äußerer elektrischer Felder angestellten, zeigt bereits, daß die gesuchte hinreichende Bedingung in einer kleinen Relativgeschwindigkeit zwischen den Elektronen und den Ionen besteht und sie zeigt auch schon, daß die Wiedervereinigung offenbar außerordentlich empfindlich ist gegen äußere beschleunigende Felder. Schon Geschwindigkeiten von der Größenordnung 1 Volt genügen offenbar, um Wiedervereinigungen praktisch vollkommen zu unterdrücken.

Damit dürfte sich eine Reihe der zunächst überraschenden und sich scheinbar widersprechenden Ergebnisse zwanglos verstehen lassen. Insbesondere das Fehlen von Wiedervereinigungen in der positiven Säule, das sicher schon vielen Gasentladungs-Theoretikern Kopfzerbrechen gemacht hat, wird so ohne weiteres verständlich. Andererseits darf man jedoch nicht übersehen, daß damit durchaus nicht alle Schwierigkeiten überwunden sind. Spekulationen, die der Verfasser zur Erklärung gewisser Unstimmigkeiten zwischen den von verschiedenen Seiten ausgeführten Bestimmungen der Anregungsfunktionen bei höheren Geschwindigkeiten angestellt hat, müssen z. B. nun wahrscheinlich fallen gelassen werden (25). Bedenklicher ist es, daß man, wie wir eben sahen, einerseits dazu geführt wird schon sehr schwachen Feldern einen die Wiedervereinigungen und das Wiedervereinigungsleuchten stark unterdrückenden Einfluß zuzuschreiben, daß aber andererseits die bekannten Versuche mit künstlichen Dunkelräumen (26) und eigentlich alle Versuche, bei denen es sich um die Erzielung eines Sättigungsstromes in verdünnten Gasen (z. B. bei Ionisation durch Kanalstrahlen) handelt, auf eine erhebliche Unempfindlichkeit der Wiedervereinigung gegen elektrische Felder hinweisen. Erst in Feldern von der Größenordnung 100 Volt/cm kann nach diesen Versuchen die Wiedervereinigung praktisch unterdrückt werden. Eine Möglichkeit, diesen Schwierigkeiten zu entgehen, scheint eine von Franck (27) vorgeschlagene Hypothese zu geben. Er nimmt an, daß es neben der Wiedervereinigung von Ionen mit freien Elektronen noch eine Wiedervereinigung mit ihren eigenen Elektronen gibt, die sich bei der Ionisation mit einem Überschuß von kinetischer Energie vom Atomrest entfernen, dann aber unter Ausstrahlung der Überschußenergie und ehe sie sich noch aus dem Wirkungsbereich des Ions entfernt haben, auf eine geschlossene Quantenbahn zurückkehren. Franck hat auch bereits gezeigt, daß dieser Prozeß der Rückkehr halbfreier Elektronen eine erhebliche Wahrscheinlichkeit für sich hat. Diese Francksche Hypothese, die übrigens früher schon zur Deutung der sehr großen Wiedervereinigungskoeffizienten von positiven und negativen Ionen bei Ionisationen z. B. durch α-Strahlen in Form der Annahme einer sog. „Initial Recombination" eine Rolle gespielt hatte — die Initial Recombination hat sich dann allerdings als eine normale Wiedervereinigung bei der Ionisation in Kolonnen entpuppt — wurde auch von Maxwell zur Erklärung der S. 341 besprochenen Versuche am Elektronenstrahl-Leuchten herangezogen. Anschließend an die bisherigen Ergebnisse der experimentellen Bestimmung der Anregungsfunktionen von Bogenlinien weist Maxwell darauf hin, daß eine Anregung der Bogenspektren mit der beobachteten Intensität durch direkten Stoß der Elektronen von einigen hundert Volt Geschwindigkeit schwer verständlich ist. Als zu einer Möglichkeit zum Verständnis und zugleich zur Erklärung der gefundenen Unempfindlichkeit der Bogenlinien gegen ein äußeres Querfeld wird er zu der Annahme der Initial

Recombination im Sinne Francks geführt. Allerdings gibt es noch eine andere, von Maxwell ebenfalls angegebene Möglichkeit, die an eine z. B. von Chamberlin und Lindsay zur Deutung der L Absorptionsgrenze der schwereren Elemente diskutierte Platzwechselkombination der Atomelektronen anschließt.

Neben den speziellen Zielen, die Franck bei Aufstellung jener Hypothese im Auge hatte, läßt sich mit ihr vermutlich auch das einer Erklärung der Dunkelraumversuche und Sättigungsstromversuche erreichen; bestehen bleibt aber dann immer noch eine andere Schwierigkeit. Es bleibt nämlich unverständlich, warum die Versuche des Nachweises eines Wiedervereinigungsleuchtens in der Umgebung eines Elektronenstrahles negativ ausgefallen sind, insbesondere auch dann, wenn diese Versuche in einem feldfreien Raum ausgeführt wurden. Das Versuchsmaterial ist bisher allerdings noch so dürftig, daß man nur recht vorsichtig dazu Stellung nehmen kann; man könnte etwa an die folgenden beiden Möglichkeiten denken, um das Fehlen der Wiedervereinigung dicht außerhalb eines Elektronenstrahles zu verstehen. Da nämlich alle Beobachtungen an solchen Strahlen — soweit sie sich auf einen feldfreien Beobachtungsraum und nicht etwa auf die Verhältnisse in einem Bremsfeld beziehen — an Strahlen angestellt wurden, deren Geschwindigkeit weit oberhalb der Ionisierungsspannung lag, ist es möglich, daß die bei der Stoßionisation abgetrennten Elektonen die Atome (und den Elektronenstrahl) mit einer nicht zu vernachlässigenden Anfangsgeschwindigkeit verlassen. Dymond z. B. hat darauf bei seinen Streuversuchen in Helium hingewiesen[1]); er hat dann zwar auf Grund wellenmechanischer Überlegungen noch eine andere Deutung des von ihm beobachteten „Streukontinuums" gegeben, sieht aber seine Messungen und Ergebnisse selbst noch nicht als abgeschlossen an. Jedenfalls erkennt man nun die Wichtigkeit und Notwendigkeit, die Beobachtungen über die optische Schärfe von Elektronenstrahlen fortzusetzen, insbesondere an möglichst langsamen Strahlen. Eine zweite Möglichkeit zur Deutung der genannten negativen Befunde könnte man darin sehen, daß der Elektronenstrahl durch sein elektrostatisches Eigenfeld die durch Stoß erzeugten Elektronen radial mit nicht zu vernachlässigender Geschwindigkeit nach außen treibt. Eine Überschlagsrechnung zeigt aber, daß so unter den üblichen Versuchsbedingungen nur Elektronengeschwindigkeiten von viel weniger als 1 Volt entstehen können, die zur Erklärung des Fehlens eines Wiedervereinigungsleuchtens in der Umgebung des Strahls vermutlich nicht genügen.

1) E. Dymond, Phys. Rev. **29**, 433, 1927.

9. Theorien des Elektronenfangs.

Über derartige qualitative Überlegungen gehen nun eine Reihe von theoretischen Untersuchungen hinaus, die zwar zum eigentlichen Ziel die strengere Analyse des Gleichgewichtes zwischen Materie und Strahlung hatten, auf dem Weg dahin aber zwangläufig auch zu einer Untersuchung der Anlagerung von freien Elektronen an Atomreste geführt wurden. Denn jenes Gleichgewicht stellt sich ein zwischen der Strahlung auf der einen Seite und den von der Strahlung affizierten und dann ihrerseits strahlenden Atomen auf der anderen Seite, wobei neben der Absorption und Emission der Serienfrequenzen auch die Photoionisation und ihre Umkehrung, nämlich die Elektronenanlagerung unter Emission der Seriengrenzkontinua, eine wesentliche Rolle spielen. Man erkennt daraus auch bereits, daß es sich im wesentlichen bei diesen Untersuchungen um eine Weiterführung von Betrachtungen der Art handeln wird, wie sie einerseits Einstein in seiner bekannten Ableitung des Planckschen Strahlungsgesetzes zuerst angestellt hat und wie sie andererseits in den quantentheoretischen Umdeutungen der klassischen Absorptions- und Dispersionstheorie durch Füchtbauer und Ladenburg eine Rolle spielen. So finden sich denn auch in den nun zu besprechenden Arbeiten zum Teil ganz dieselben Überlegungen und Formeln wie in jenen früheren Untersuchungen wieder.

Milne und Becker (28) haben (gleichzeitig und unabhängig voneinander) eine solche Theorie des Strahlungsgleichgewichtes entwickelt; wir wollen uns hier der Untersuchung von Milne anschließen, da sie gerade in den uns interessierenden Richtungen etwas weiter durchgeführt ist. Milne betrachtet ein in eine schwarze Hülle eingeschlossenes und mit ihr im Temperaturgleichgewicht stehendes Gas und formuliert die Bedingung für das thermodynamische Gleichgewicht durch eine Kombination der Formulierungen 1. für die thermische Ionisation und Anregung der Atome, 2. der Gleichhäufigkeit von Photoionisationen und Wiederanlagerung der Elektronen für jede Elektronengeschwindigkeit und 3. der Beziehung zwischen dem absorbierten $h\nu$ und der Geschwindigkeit des bei der Absorption abgetrennten Photoelektrons. Dabei erweist es sich ganz analog wie in der genannten Untersuchung Einsteins als notwendig, neben der gewöhnlichen Wahrscheinlichkeit für das Einfangen eines mit gegebener Geschwindigkeit und in gegebener Richtung auf ein positives Ion zufliegendes Elektron noch eine zusätzliche, der Strahlungsintensität proportionale Wahrscheinlichkeit einzuführen, um die zu berechnenden reinen Atomeigenschaften unabhängig von der Temperatur des Gases zu erhalten. Wir führen nun die Bezeichnungen ein:

N Anzahl der Atome in der Volumeinheit,
q_r statist. Gewicht des $r$ten Atomzustandes,
σ Symmetriezahl des neutralen normalen Atoms,
$I_\nu d\nu$ Intensität der Strahlung an der Stelle $\nu, \nu + d\nu$,
$\psi^r(\nu) I_\nu d\nu$ Wahrscheinlichkeit dafür, daß in der Zeiteinheit ein neutrales, im $r$ten Zustand angeregtes Atom im Strahlungsfeld durch Absorption eines $h\nu$-Quantums ionisiert wird,
$\psi_r(\nu) I_\nu d\nu$ die analoge Wahrscheinlichkeit für die Ionisation eines bereits $r$fach ionisierten Atoms,
v Elektronengeschwindigkeit relativ zu einem Atom oder Ion
$F(v)$ eine Funktion der Elektronengeschwindigkeit, die zur geometrischen Veranschaulichung des Einfangens dienen kann. Die einfachste Interpretation von F ist die, daß man $F(v) = \frac{1}{2} s^2$ setzt, wo s der Radius des effektiven Atomquerschnitts ist, den ein Elektron von der Geschwindigkeit v durchdringen muß, damit es eingefangen wird. Ein oberer bzw. unterer Index r soll auch hier anzeigen, daß das Einfangen in die $r$te Quantenbahn des einfachen Ions geschieht (so daß also ein angeregtes neutrales Atom im $r$ten Zustand entsteht) bzw. daß sie geschieht seitens eines bereits $r$fach ionisierten Atoms (das also r-Elektronen verloren hat, so daß ein r—1-fach ionisiertes Atom entsteht).
m, c Elektronenmasse, Lichtgeschwindigkeit.

Dann läßt sich das Ergebnis der Untersuchung Milnes in den Gleichungen zusammenfassen:

$$\psi^r(\nu) = \frac{4\pi^2 m^2 \sigma v^2 \cdot F^r(v)}{q_r \cdot c} \left(\frac{c}{h\nu}\right)^3$$

$$\psi_{r-1}(\nu) = \frac{4\pi^2 m^2 \sigma_{r-1} v^2 \cdot F_r(v)}{q_{r-1} c} \left(\frac{c}{h\nu}\right)^3 .$$

Der weitere Gedankengang ist, unmittelbar anschließend an diese Formeln, dann der folgende (wobei die Indizes vorläufig weggelassen seien). Wenn gerade die Frequenz ν_0 der Seriengrenze absorbiert wird, ist die Geschwindigkeit des ausgeschleuderten Photoelektrons null, d. h. es würde sein

$$\psi(\nu_0) = \text{const} \cdot \lim_{v=0} v^2 F(v)$$

Da aber erfahrungsgemäß die Absorption an und in der Nähe der Seriengrenze nicht verschwindend klein ist, kann auch

$$\lim v^2 F(v)$$

nicht null sein. Milne schließt daraus, daß auch noch für kleine Elektronengeschwindigkeiten angenähert gilt

$$F(v) = \frac{\text{const}}{v^2} = \frac{\mu}{v^2}$$

oder daß der für die Anlagerung von Elektronen maßgebende effektive Atomquerschnitt umgekehrt proportional dem Quadrat der Elektronengeschwindigkeit ist. Damit wird bereits die große Empfindlichkeit der Wiedervereinigungen gegen elektrische Felder verständlich.

Zur quantitativen Berechnung der Wiedervereinigungshäufigkeit $F(v)$ aus dieser Formel muß natürlich der Proportionalitätsfaktor μ bekannt sein, für den sich aus der obigen Herleitung ergibt

$$\mu = \psi(\nu_0) \frac{4\pi^2 m^2 \sigma}{q c} \left(\frac{c}{h\nu_0}\right)^3 .$$

Es müßte also ψ bekannt sein und es entsteht vor allem die Frage, welche Möglichkeiten zu Aussagen über dies ψ vorhanden sind. Eine direkte befriedigende Berechnung im Rahmen der nichtwellenmechanischen Atomtheorie scheint nicht durchführbar zu sein, so daß nur andere indirekte Wege in Betracht kommen, die von gewissen, durch Messungen beschaffbaren Daten Gebrauch machen. Wir werden darauf in den nächsten Abschnitten zurückkommen; dort wird auch besser als hier Gelegenheit sein, auf die Unterschiede zwischen den einzelnen Theorien einzugehen.

Man kann aber auch umgekehrt verfahren und ψ darstellen als Funktion von ν mit Hilfe eines bekannten Ausdruckes für den Anlagerungsquerschnitt $s^2 \doteq 2 \cdot F(v)$; dies wird sich später (Nr. 10) als wichtiges Hilfsmittel zur Prüfung der Theorien erweisen. Als Beispiel diene eine von Becker benutzte Formel

$$\psi(\nu) = \frac{1}{(\nu - \nu_0)\nu^3}\left(1 - \frac{(\nu - \nu_0)^2}{4\nu_0^2}\right) \cdot \text{const}$$

die aus dem Milneschen Ausdruck erhalten wird, wenn man aus den Kanalstrahlenmessungen von Rüchardt (S. 350) und der von ihm anschließend entwickelten Theorie den Ansatz übernimmt

$$s^2(v) = \frac{1}{v^4}\left(1 - \frac{m v^2}{4 V_j}\right)^2 \cdot \text{const} \quad (V_j = \text{Ionisierungsspannung})$$

Es ist kaum nötig darauf hinzuweisen, daß man natürlich mit derselben Berechtigung etwa die Ansätze von Kramers oder Eddington (S. 356) für $s^2(\nu)$ hätte benutzen können.

Auf anderem Weg, nämlich durch korrespondenzmäßige Betrachtungen, hat Kramers (29) eine Theorie des Elektronenfangs entwickelt. Wie solche Korrespondenzbetrachtungen hereinkommen können, kann man sich mit Atkinson (24) in roher Skizze folgendermaßen anschaulich klar machen: Das Elektron muß durch Strahlung

mindestens seine ursprüngliche kinetische Energie verlieren, damit es eingefangen werden kann. Die verlorene Energie erscheint aber einerseits quantenhaft im Seriengrenzkontinuum und ist andererseits, klassisch ausgestrahlt, bedingt durch die Beschleunigung des Elektrons infolge der Ionenanziehung, die ihrerseits abhängt von der Geschwindigkeit des Elektrons vor der Anlagerung und der Entfernung der ungestörten Bahn des Elektrons vom Kern. An dieser Stelle (vgl. dazu S. 356) ist nur der eine Teil der Untersuchung von Interesse, in der die Berechnung des für die Einfangung eines Elektrons von der Geschwindigkeit v in eine bestimmte Quantenbahn maßgebenden Wirkungsquerschnitts geleistet wird. Physikalisch ist der Grundgedanke der recht weitläufigen Rechnungen der folgende: Wenn ein Elektron in der Nähe eines Atomkerns vorbeifliegt, wird es in eine hyperbolische Bahn gebogen und fliegt unter Ausstrahlung eines Impulses um den Kern herum. Wenn die ausgestrahlte Energie klein ist gegen die kinetische Energie des Elektrons und wenn die Masse des Elektrons konstant angenommen werden kann, kann man in bekannter Weise die Ausstrahlung klassisch berechnen. Man findet dafür:

$$R = \frac{2\pi N^4 \cdot e^{10}}{c^3 \cdot m^4 p^5 \cdot v^5},$$

wo N die Atomnummer, e, m und v Ladung, Masse und Geschwindigkeit des Elektrons und p in üblicher Weise der kürzeste Abstand der verlängerten ungestörten Elektronenbahn vom Kern ist. Das klassische Spektrum ergibt sich in bekannter Weise durch die Zerlegung der Bewegung in harmonische Komponenten, es tritt aber für die Anwendung des Korrespondenzprinzips nun gegenüber der Sachlage bei periodischen Systemen eine Schwierigkeit dadurch auf, daß man nicht eindeutig sagen kann, welche Frequenz einen bestimmten Übergang des Elektrons vom freien in den gebundenen Zustand entspricht. Kramers hilft sich durch die hypothetische Annahme, daß das klassische und das quantentheoretische Spektrum an derselben Stelle enden — eine Interpretation korrespondenzmäßiger Betrachtungsweise, gegen die schon Wentzel (29) Bedenken geltend gemacht hat — und setzt dann an, daß ein bestimmtes Frequenzintervall im klassischen Spektrum korrespondiert mit dem Prozeß der Elektronenbindung in einer bestimmten stationären Quantenbahn. Mit anderen Worten: Wenn im klassischen Spektrum im Intervall $\nu, \nu + d\nu$ die Energie $R \cdot P(\nu) d\nu$ ausgestrahlt wird und andererseits $q_r(\nu)$ die Wahrscheinlichkeit für eine Anlagerung in die $r$te Quantenbahn ist, bei der nach den üblichen Quantenregeln die Frequenz ν ausgestrahlt wird, soll im Mittel über viele derartige Prozesse gelten

$$R \cdot P \cdot \Delta\nu = q_r \cdot h \cdot \nu .$$

Die bereits erwähnte harmonische Zerlegung der Bewegung des Elektrons um den Kern liefert nun rein formal die Funktion P. Andererseits ist die Energie, mit der das Elektron in der $r$ten Bahn gebunden wird,

$$W = \frac{2\pi^2 N^2 e^4 m}{r^2 h^2}$$

und hieraus ergibt sich in Verbindung mit der Einsteinschen Frequenzbedingung das korrespondierende Frequenzintervall angenähert zu

$$\Delta\nu = \frac{4\pi^2 N^2 \cdot e^4 m}{r^3 h^3}.$$

Man kennt also nun alle Glieder auf der rechten Seite der Beziehung

$$q_r = \frac{R \cdot P \cdot \Delta\nu}{h\nu}.$$

Wenn man über den Stoßabstand p bei konstantem v mittelt — die aus der klassischen Rechnung gefundene Funktion P hängt natürlich außer von ν auch noch von p und v ab — erhält man als Endergebnis den Einfangquerschnitt in der Form

$$\beta_r(v) = 2\pi \int_0^\infty q_r p\, dp = \frac{128\pi^4 N^4 e^{10}}{3\sqrt{3}\, c^3 m h^4 r^3 \nu} \cdot \frac{1}{v^2},$$

worin ν und v verbunden sind durch

$$h\nu = \frac{2\pi^2 N^2 \cdot e^4 m}{r^2 h^2} + \tfrac{1}{2} m v^2 .$$

Kramers hat selbst schon in einer eingehenden Diskussion auf eine Reihe von Vernachlässigungen in seinen Rechnungen hingewiesen. Immerhin wird die angegebene Endformel größenordnungsmäßig die Wirklichkeit richtig beschreiben und vor allem zeigen, daß der Einfangquerschnitt der Ionen mit zunehmender Elektronengeschwindigkeit rasch abnimmt. In erster Näherung gibt sie in Übereinstimmung mit dem Ergebnis der Untersuchungen von Milne und Becker ebenfalls Proportionalität mit dem reziproken Geschwindigkeitsquadrat.

Eddington (29) hat die Überlegungen von Kramers in einigen Punkten ergänzt; man findet bei ihm auch eine das Wesentliche in sehr anschaulicher und leicht verständlicher Form hervorhebende Darstellung der eben skizzierten Gedankengänge. Eine Rolle spielt dabei insbesondere die Einführung des „Guillotine-Effekts". Schreiben wir die Frequenzbedingung für den Einfangprozeß in der Form

$$h\nu = \tfrac{1}{2} m v^2 = W_r,$$

wo $-W_r$ die Energie der ($r$ten) Bahn ist, in der das Elektron eingefangen wird, und grenzen wir

mit Kramers die Energie dieser Bahn ein zwischen $W_1/(r+{}^1/_2)^2$ und $W_1/(r-{}^1/_2)^2$, so wird also die klassische Ausstrahlung bei einer Frequenz $\frac{{}^1/_2 mv^2 + W_1/(k-{}^1/_2)^2}{h}$ vollständig aufhören müssen je nach der Zahl k der bereits von Elektronen besetzten inneren Bahnen. „Die Guillotine fällt" und schneidet das Spektrum ab bei dieser Frequenz, die durch den Ionisationsgrad des einfangenden Atoms gegeben ist. Dies ist vor allem von Bedeutung für die Absorptionsverhältnisse in einem partiell ionisierten Gas, die ja im Mittelpunkt der astrophysikalischen Spekulationen Eddingtons stehen.

Zum Schluß seien noch zwei mechanische von Eddington und Rüchardt (30) entwickelte Theorien des Elektronenfangs erwähnt, die unmittelbar zu einem praktikablen Ausdruck für den Wiedervereinigungsquerschnitt $F(v)$ führen. Eddington geht aus von der allerdings zunächst recht willkürlich anmutenden Annahme, daß ein Elektron dann und nur dann eingefangen wird, wenn es „den Atomkern tatsächlich trifft". Dazu sei aber schon hier bemerkt, daß diese Annahme nachträglich gestützt wird durch eine aus ihr fließende und bei der quantitativen Nachprüfung an der Erfahrung bestätigte Folgerung. Es ergeben sich nämlich aus ihr — wenigstens im Rahmen der Eddingtonschen Theorie vom Aufbau der Sterne — für den mittleren Absorptionskoeffizienten der Sternmaterien Zahlenwerte, die gut übereinzustimmen scheinen mit auf anderem Weg erhaltenen Werten. Der von Eddington erhaltene Ausdruck für F lautet

$$F(v) = {}^1/_2\, s^2 = \frac{Zb(d + {}^1/_2 Zb)\, c^2}{v^2},$$

wo Z die Atomnummer, d der Radius des Atomkerns und b die Konstante $e^2/mc^2 = 2{,}8 \cdot 10^{-13}$ cm ist. Der Gedankengang, der zu diesem Ausdruck führt (und zugleich zu der Proportionalität von F mit dem reziproken Quadrat der Elektronengeschwindigkeit) ist sehr einfach: Wenn ein Elektron mit der Geschwindigkeit v in Richtung auf den Rand einer „scheinbaren Zielscheibe" zufliegt, die mit dem Radius r um den Atommittelpunkt gelegt ist, so läßt sich die kürzeste Entfernung ϱ vom Kernmittelpunkt, die es auf seiner gekrümmten Bahn wirklich erreicht, aus dem Impulssatz, dem Energiesatz und der relativistischen Geschwindigkeitsabhängigkeit der Elektronenmasse ermitteln durch

$$r^2 = \varrho^2 + Zb(Zb + 2\varrho) \cdot \frac{c^2}{v^2}.$$

Wenn ϱ klein ist gegen r, kann man dafür schreiben

$$r^2 = Zb(Zb + 2\varrho) \cdot \frac{c^2}{v^2}.$$

Es ist dadurch also jeder scheinbaren Zielscheibe (r) eine kleinere „wirkliche" Zielscheibe (ϱ) zugeordnet und es liegt der Gedanke nahe, für ϱ den Radius des Atomkerns zu setzen, womit die obige Formel resultiert. Man wird dieser allzu primitiven Überlegung, deren Mängel auf der Hand liegen, natürlich a priori wenig Beweiskraft zubilligen wollen. Um die eingangs erwähnten tiefer liegenden astrophysikalischen Gründe übersehen zu können, die erst jenen Überlegungen einige Berechtigung geben können, ist es notwendig, wenigstens in den Grundzügen auf die in der Theorie Eddingtons über den Aufbau der Sterne entwickelten Zusammenhänge zwischen der Häufigkeit der Wiedervereinigungen und der „Durchsichtigkeit" der Sternmaterie einzugehen. Es ist zunächst sicherlich überraschend, daß es zwischen diesen scheinbar recht fremden Gebieten überhaupt Zusammenhänge gibt; sie sind aber sogar sehr enge und lassen sich wenigstens qualitativ — wie dies Eddington selbst in ganz reizender populärer Form gelungen ist[1]) — auch ohne Schwierigkeiten erkennen (vgl. S. 353).

Ausgangspunkt waren für Rüchardt die sehr sorgfältigen von ihm durchgeführten Messungen der mittleren positiven Umladungsweglänge von Wasserstoffkanalstrahlen in einer Reihe von Gasen (vgl. S. 354), die zu besonders einfachen Ergebnissen geführt hatten. Um die Abhängigkeit dieser Umladungsweglänge von der Kanalstrahlengeschwindigkeit, d. h. im Prinzip die Wahrscheinlichkeit als Funktion der Kanalstrahlengeschwindigkeit zu deuten, mit der ein Wasserstoffkern sich durch Anlagerung eines Elektrons neutralisiert, geht Rüchardt aus von der bekannten Bedingung dafür, daß die Bahn einer Masse m um ein anziehendes Zentrum geschlossen oder ungeschlossen ist. Ist e die Ladung des Elektrons, E die des Kerns und v die Elektronengeschwindigkeit relativ zum Kern in der Entfernung r, so ist die Bahn eine Ellipse, wenn

$$\frac{m}{2} v^2 < \frac{e \cdot E}{r^2}.$$

Identifiziert man den Wert von r, der eben noch dieser Bedingung genügt, mit dem Radius s des Anlagerungsquerschnitts, so ist dieser also gegeben durch

$$s^2 = \frac{2 \cdot e \cdot E}{m v^2}.$$

Eine Verfeinerung ergibt die weitere Annahme, daß Anlagerung aber überhaupt nur stattfinden kann, wenn $r > r_0$ ist, wo r_0 der Radius der innersten Quantenbahn ist. Man erhält dann für

---

1) A. S. Eddington, Sterne und Atome, Springer 1928.

s^2, den Wert

$$s^2(v) = \left(\frac{e \cdot E}{{}^1/_2\, m\, v^2}\right)^2 - r_0^2,$$

wofür man mit der Ionisierungsspannung V_j auch schreiben kann

$$s^2(v) = \frac{1}{v^4}\left[1 - \left(\frac{m\, v^2}{4\, V_j}\right)^2\right] \cdot \frac{4\, e^2 \cdot E^2}{m^2}.$$

Auch diese recht primitive Theorie, in dem von einem Strahlungsverlust überhaupt nicht mehr die Rede ist, ist in erstaunlich guter Übereinstimmung mit der Erfahrung, worüber im letzten Abschnitt noch Näheres zu sagen sein wird (S. 354). Bemerkenswert ist, daß auch Überlegungen von Wentzel (31) zu einem nicht kreisförmigen, sondern ringförmigen Einfangequerschnitt geführt haben, wie er hier in Erscheinung getreten ist.

10. Zusammenhang zwischen Elektronenfang und makroskopisch beobachtbaren Vorgängen.

Soweit die im vorhergehenden Abschnitt besprochenen theoretischen Überlegungen nicht unmittelbar zu numerisch auswertbaren Ausdrücken für den elektronenfangenden Querschnitt führen, stellen sie Zusammenhänge her mit anderen, physikalisch wohldefinierten Größen, und es erhebt sich nun natürlich die Frage, welche Möglichkeiten zu einer experimentellen Erfassung des Elektronenfangs zur Verfügung stehen. Und zwar soll es sich, hinausgehend über die im ersten Teil dieses Berichtes erwähnten qualitativen, die Existenz von Wiedervereinigungen überhaupt anzeigenden Beobachtungen nun handeln um Möglichkeiten zu quantitativen Angaben. Wir wollen hier zunächst prinzipiell und allgemein diese Möglichkeiten kennen lernen und werden dann im nächsten Abschnitt das Zahlenmaterial selbst diskutieren.

Schreiten wir von direkten zu weniger direkten Methoden fort, so bietet sich zuerst die Möglichkeit, die Zahl der Wiedervereinigungen zu ermitteln aus der Intensitätsverteilung in den Seriengrenzkontinuas. Ist ν_0 die Grenzfrequenz, so ist $(\nu - \nu_0)$ ein Maß für die Geschwindigkeit des angelagerten Elektrons und andererseits $h\nu = \frac{m}{2} v^2 - h\nu_0$ die in jedem elementaren Anlagerungsakt emittierte Energie. Ist N_+ bzw. N_- die Konzentration der Elektronen bzw. der Ionen und bezeichnet man den effektiven Anlagerungsquerschnitt für ein Elektron von der Geschwindigkeit v in die Quantenbahn, die der $i$ten Serie entspricht, mit $s^2(v_i, v)$ so ist die Intensitätsverteilung gegeben durch

$$J(\nu)\, d\nu = \text{const} \sum_{\nu_i} N_- \cdot N_+ \cdot v \cdot s^2(\nu_i, v) \cdot v^{-1} d\nu.$$

Die Geschwindigkeiten der Ionen sind praktisch zu vernachlässigen, die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen steckt aber implicite auch noch in N_-, woraus sogleich die bei einer tatsächlichen Auswertung dieser Gleichung sich ergebenden Schwierigkeiten ersichtlich werden.

Ein zweiter, schon weniger direkter Weg führt über die theoretische Beziehung zwischen Anlagerungsquerschnitt und Photoionisation. Beschränken wir uns zunächst auf die Anlagerung eines Elektrons an ein einfach geladenes Ion in den Grundzustand, da dies der experimentell wichtigste Fall ist und zudem keine prinzipielle Beschränkung der Allgemeinheit mit sich bringt, so ist ψ die Einsteinsche Übergangswahrscheinlichkeit eines Atomelektrons aus dem Grundzustand in den freien Zustand infolge der Absorption eines Quants $h\nu$ (Photoionisation) und es ist aus dem inversen Prozeß der Anlagerung die Verbindung dieser Frequenz ν mit der Elektronengeschwindigkeit v gegeben durch

$${}^1/_2\, m v^2 = h\nu - e \cdot V_j = h\nu - h\nu_0,$$

wo V_j die Ionisierungsspannung bzw. ν_0 die Frequenz der entsprechenden Seriengrenze ist. Ist ferner s^2 der effektive Einfangequerschnitt, so ist allgemein der Zusammenhang zwischen ψ und s^2 zu schreiben in der Form

$$\psi(\nu) = s^2 \cdot \frac{\nu - \nu_0}{\nu^3} \cdot \text{const},$$

die nun von zwei Seiten her betrachtet werden kann. Man kann entweder s^2 durch irgendeine der früher angegebenen theoretischen Spekulationen — eine experimentelle Bestimmung kommt dabei bis jetzt noch nicht in Frage — gegeben denken und dann die obige Gleichung als Gleichung für $\psi(\nu)$ auffassen. Dies letztere ist deshalb von Bedeutung, weil es prinzipiell die Richtigkeit der verschiedenen Einfangetheorien wenn auch nicht hinsichtlich der Absolutwerte von s^2, so doch hinsichtlich der funktionellen Abhängigkeit des Einfangequerschnitts $s^2(v)$ von der Elektronengeschwindigkeit v zu überprüfen gestattet lediglich auf Grund einer Kenntnis der funktionellen Abhängigkeit des ψ von ν, d. h. also lediglich auf Grund z. B. von Relativmessungen der Ausbeute der Photoionisation. Zur Absolutbestimmung der Größe des Einfangequerschnitts ist freilich auch die absolute Messung von ψ erforderlich (vgl. S. 355). Andererseits kann man aber auch auf weitere theoretische Spekulationen verzichten und allein aus der angegebenen allgemeinen Beziehung — in der nur die nach Ein-

steins Vorgang durchgeführte statistische Analyse des Gleichgewichts zwischen Strahlung und Materie steckt — und mit Hilfe der Frequenzbedingung $s^2(v)$ aus $\psi(\nu)$ erhalten. Dies geht entweder unmittelbar auf Grund von photoelektrischen Messungen, die jedoch nicht nur recht schwierig sind, sondern wegen einer Reihe unvermeidlicher Nebeneffekte vorläufig auch stets wenig genau sind. Eleganter ist ein zweiter Weg, der lediglich optische Messungen notwendig macht, weil er auf dem Zusammenhang zwischen ψ und dem Absorptionskoeffizienten beruht. Qualitativ ist dieser Zusammenhang sofort ersichtlich, wobei es sich natürlich um die Absorption von Frequenzen jenseits der Seriengrenze handelt; quantitativ ist die nötige Vorarbeit auch bereits geleistet durch die quantentheoretische Berechnung des — in der üblichen Weise durch ein Exponentialgesetz definierten — Absorptionskoeffizienten, wie sie zuerst von Füchtbauer durchgeführt wurde. Für den Grundzustand und wenn tatsächlich praktisch alle Atome im Grundzustand sind, lautet (vgl. z. B. Milne) die eindeutige Beziehung zwischen dem monochromatischen Absorptionskoeffizienten $k(\nu)$ und der Übergangswahrscheinlichkeit $\psi(\nu)$

$$k(\nu) = \frac{h\nu}{4\pi m'} x \cdot \psi(\nu) \quad (m' = \text{Masse des Atoms})$$

x (das hier gleich 1 zu setzen ist) ist dabei allgemein der Bruchteil der Atome, die für den Absorptionsakt in Betracht kommen. Handelt es sich um Absorption nicht vom Grundzustand aus oder in einem bereits merklich vorangeregten Gas, so wird die Sachlage formal wesentlich komplizierter und die Methode wird für unsere Zwecke sogar an sich unbrauchbar, da die Beziehung zwischen k und ψ_r nicht mehr eindeutig bleibt. Benutzen wir z. B. die Formeln der Theorie von Milne, so ist mit dem aus ihr folgenden Ausdruck für ψ

$$k(\nu) = \frac{\pi^2 m^2 v^2 \cdot F(v)}{m'} \left(\frac{c}{h\nu}\right)^2 \cdot \frac{\sigma \cdot x}{q}$$

wo nun wie früher allgemeiner x, q und F mit dem Index r versehen zu denken sind. Man kann dann aus diesem „monochromatischen" Absorptionskoeffizienten, der sich nur auf die Absorption aus dem $r$ten Zustand bezieht, den „totalen monochromatischen" Absorptionskoeffizienten $\bar{k}(\nu)$ eines gegebenen Materials für eine bestimmte Frequenz finden, wenn man über alle Zustände r summiert für die $V_{jr} > h\nu$ ist. Diese Summation läßt sich aber nur durchführen, wenn $F(v)$ dasselbe ist für alle r, wie dies z. B. der Fall sein würde nach der S. 350 genannten Eddingtonschen Kernstoßtheorie. Denn nur dann erhält man einfach

$$\bar{k}(\nu) = \frac{\pi m^2 v^2 F(v)}{m'} \left(\frac{c}{h\nu}\right)^2 \sum \frac{\sigma_r x_r}{q_r}.$$

Etwas weitläufiger ist die Berechnung des durch

$$\bar{\bar{k}} = \int_0^\infty \bar{k}(\nu)\, I_\nu\, d\nu : \int_0^\infty I_\nu\, d\nu$$

definierten „mittleren Absorptionskoeffizienten", der in astrophysikalischen Überlegungen eine wichtige Rolle spielt. Milne hat auch diese Rechnungen durchgeführt für den astrophysikalisch interessierenden Fall eines mit Planckscher Strahlung im Gleichgewicht stehenden ionisierten Gases von der Temperatur T, in dem der Elektronendruck P_e herrscht und hat als Endergebnis gefunden

$$\bar{\bar{k}} = \frac{P_e}{(RT)^{3/2}} \cdot \frac{15 c^2 h^3}{2\pi^4 m'} \left(\frac{m}{2\pi}\right)^{1/2} \cdot v^2 \cdot F(v) \cdot \sum_{r=1} x_{r+1} \cdot \xi(V_{rj}/KT),$$

wobei zur Abkürzung eingeführt ist

$$\xi(z) = e^z \cdot \int_z^\infty \frac{y\, dy}{e^y - 1}$$

Bemerkt sei dazu, daß eine Abschätzung des Faktors $\Sigma x_{r+1} \cdot \xi$ von Milne ebenfalls durchgeführt wurde und etwas größere Werte ergeben hat als ein von Eddington benutzter Wert (= 2,7).

Die einschlägigen Überlegungen von Kramers stimmen mit denen von Milne überein und führen, wenn man nur $F(v)$ ersetzt durch β, zu derselben Formel für den monochromatischen Absorptionskoeffizienten.

Auf etwas anderem Weg hat Eddington den Zusammenhang zwischen Elektronenfang und Absorption abgeleitet. Wie Milne gezeigt hat, ist die Endformel für $\bar{\bar{k}}$ aber bis auf die bereits genannte Verschiedenheit des letzten Faktors dieselbe und diese Verschiedenheit lediglich bedingt dadurch, daß Eddington von vornherein mit gewissen Mittelwerten der in die Rechnung eingehenden Größen operiert. Aber auch die Berechnung des Absorptionskoeffizienten ist bei Eddington nur Mittel zum Zweck. Was er letzten Endes erstrebt, ist, auf Grund gewisser Vorstellungen über den inneren Aufbau der Fixsterne Beziehungen zu finden zwischen den für das Sterninnere maßgebenden physikalischen Bestimmungsstücken und den für die Astronomen auf der Erde natürlich allein bestimmbaren und meßbaren bzw. errechenbaren Größen wie Leuchtkraft, Masse, Größe usw.; abgesehen von einer Reihe astrophysikalisch und kosmologisch bedeutungsvoller Folgerungen lassen sich mit Hilfe

derartiger Beziehungen dann auch die uns hier interessierenden physikalischen Vorgänge in der Sternmaterie in gewissem Umfang erfassen.

In einem nach Eddington aufgebauten Stern gibt es in statistisch stationärer Mischung neutrale Atome in allen möglichen Anregungszuständen, Ionen (d. h. also Atome, die ihre Elektronen zum mehr oder minder großen Teil verloren haben), freie Elektronen und Strahlung. Für die Strahlungsmenge, die aus dem Inneren des Sterns an dessen Oberfläche gelangt und dann der Beobachtung zugänglich in den Raum hinaus abströmt, ist maßgebend die Absorption im Sternkörper, die letzten Endes von den Atomen besorgt wird. Und zwar nur von den Atomen, die noch nicht alle Elektronen verloren haben; denn die Absorption ist hier gebunden an eine Photoionisation des Atoms. „Der entscheidende Punkt ist der, daß bei jedem Absorptionsvorgang der absorbierende Mechanismus zerstört wird und nicht wieder benutzt werden kann, bis er wieder hergestellt ist". Nun liegen die Dinge quantitativ nach Eddington ferner so, daß ein großer Teil der vorhandenen Atome ionisiert ist und daß deshalb die Wiederherstellung absorptionsfähiger Atome durch Elektronenfang eben die notwendige Voraussetzung für die Absorption ist, im Gegensatz zu den im Laboratorium realisierbaren Versuchsbedingungen, unter denen stets neben wenigen Ionen mehr wie genügend absorbierende atomare Gebilde vorhanden sind. Zu ergänzen ist diese Betrachtung noch durch den Hinweis, daß nach Eddingtons Theorie im Inneren der Sterne wegen der dort herrschenden außerordentlich hohen Temperaturen die Strahlungsfrequenzen sehr hohe, im Gebiet der Röntgenstrahlen liegende sind (deshalb Absorption = Photoionisation) und daß erst die an die Sternoberfläche „diffundierende" Strahlung entsprechend der nach außen abnehmenden Temperatur sich ebenfalls abkühlt und endlich den Stern als sichtbares Licht verläßt.

Die gar nicht einfache und überdies sehr weit in rein astrophysikalische Fragestellungen hineinführende quantitative Durchführung und Diskussion dieses Programms kann hier natürlich nicht reproduziert werden; es muß genügen, ohne nähere Begründung der Einzelheiten und unter Hinweis auf das Buch von Eddington das für uns Wesentlichste in den Endergebnissen zusammenzustellen. Wir zerlegen den ganzen Gedankengang dabei am besten in drei Schritte.

Der erste Schritt soll dazu führen, den Absorptionskoeffizienten der Sternmaterie in Zusammenhang zu bringen mit anderweitig festlegbaren Daten, so daß damit also eine Möglichkeit gegeben ist, diesen Absorptionskoeffizienten zahlenmäßig anzugeben. Als solche Daten bieten sich nach Eddington letzten Endes dar die Masse M(g) und die Gesamtstrahlung L (erg/sec) des Sterns, die sich aus den der Beobachtung zugänglichen Werten der Parallaxe, des Spektraltypus, der visuellen Helligkeit usw. finden lassen. Für die hellere Komponente der Capella, die im folgenden als konkretes Beispiel dienen soll, hat sich so z. B. ergeben:

$$M = 8{,}30 \cdot 10^{33}\ \mathrm{g}$$
$$L = 4{,}8 \cdot 10^{35}\ \mathrm{erg/sec}.$$

Die Theorie der polytropen Gaskugeln und Spekulationen über die Klasse der Polytrope und das Molekulargewicht der Sternmaterie liefern dann weiter die Dichte ϱ_c, den Druck P_c und die Temperatur T_c im Zentrum des Sterns. Zur Veranschaulichung mögen wiederum die Werte für Capella dienen:

$$\varrho_c = 0{,}1234\ \mathrm{g/cm^3},$$
$$P_c = 6{,}11 \cdot 10^{13}\ \mathrm{Dyn/cm^2},$$
$$T_c = 9{,}08 \cdot 10^6\ \mathrm{Grad}.$$

Der gewünschte Zusammenhang zwischen k, L und M wird nun erhalten als eine Folge des für die astrophysikalischen Überlegungen Eddingtons überhaupt typischen Gedankens, daß für den Gleichgewichtsaufbau eines Stern-Gasballs der Strahlungsdruck eine wesentliche Rolle spielt. Mit Benutzung der Bezeichnungen in dem Buch von Eddington setzt sich der Druck P im Inneren der Gaskugel zusammen aus dem Gasdruck p_g und dem Strahlungsdruck p_R, so daß unter Einführung einer Hilfsgröße β

$$p_R = (1-\beta)\,P$$
$$p_g = \beta \cdot P$$

geschrieben werden kann. Eine weitere Hilfsgröße η werde eingeführt durch

$$\left(\frac{L}{M}\right)_r = \eta \left(\frac{L}{M}\right)_{\text{Oberfläche}}.$$

Dann kann man die Bedingung für hydrostatisches Gleichgewicht und für Strahlungsgleichgewicht — die letztere verbindet den Energiefluß nach außen mit dem Gradienten des Strahlungsdruckes und mit dem Absorptionskoeffizienten k — im Rahmen einer durch die Annahme $\eta k = \mathrm{const} = k_0$ gegebenen Näherung in der Form schreiben

$$L/M = \frac{4\pi c G(1-\beta)}{k_0}$$

worin G die Gravitationskonstante ($6{,}66 \cdot 10^{-8}$ CGS Einheiten) ist. Führt man an Stelle der Konstanten k_0 noch den Absorptionskoeffizienten k_c im Mittelpunkt ein durch $k_c = \alpha k_0$, wo α eine von der Verteilung der Energiequellen im Inneren des Sterns abhängende Zahlengröße ist, so erhält man

$$L/M = \frac{4\pi c G(1-\beta)}{\alpha} \cdot \frac{1}{k_c}.$$

Kennt man α und β, so ist damit eine der quantitativen Prüfung zugängliche Formel für den Absorptionskoeffizienten k_ε gefunden. Für die Capella ergibt sich (unter der Annahme, daß die idealen Gasgesetze gelten) für $(1-\beta)$ der Wert 0,283 und für α kann als ein recht plausibler Mittelwert der Wert 2,5 benutzt werden. Man erhält dann mit den anfangs angegebenen Werten von M und L für k_ε den Wert 49,1.

Der zweite und der dritte Schritt enthalten nach den vorhergehenden Ausführungen nichts grundsätzlich Neues mehr. Sie bestehen in der Herstellung einer Verbindung zwischen Absorption und Elektronenfang, d. h. also letzten Endes in einer Berechnung des Einfangequerschnitts, und endlich in der numerischen Auswertung des Ergebnisses an Hand des astronomisch in der oben geschilderten Weise gefundenen Wertes für den Absorptionskoeffizienten. Wir haben also nur nötig, den Wert von k_ε einzusetzen in eine der früher erhaltenen Formeln zur Berechnung von $v^2 \cdot F(v)$ bzw. $\beta(v)$; die jetzt mit k_ε bezeichnete Größe ist dabei identisch mit der früher mit $\bar{k}$ bezeichneten, die ein Maß für die mittlere Absorption liefert.

11. Vergleich der Theorien und numerische Angaben.

Zum Schluß kehren wir zum eigentlichen Thema dieses Berichtes zurück und wollen auf Grund der von der Theorie gelieferten Verknüpfungen zwischen dem elektronenfangenden Querschnitt eines Ions und anderen der Messung bzw. unmittelbaren Berechnung zugänglichen Daten versuchen, nun quantitative Angaben über diesen Querschnitt zu erhalten. Bei kritischer Bewertung werden wir allerdings nicht verlangen können, dabei viel mehr als die Größenordnung richtig zu erhalten.

Den elektronenfangenden Querschnitt geben unmittelbar nur die Theorien von Kramers, von Eddington und von Rüchardt; es gelten diese Theorien aber nur für die Anlagerung an nackte Kerne, also für die jeweils höchstwertigen Ionen. Die Formel von Kramers enthält nur absolute Konstante und kann deshalb numerisch vollständig angeschrieben werden. Sie lautet, wenn man die Elektronengeschwindigkeit (V) in der üblichen Weise in Volt mißt, die Kernladung = Atomnummer mit Z und die Nummer der Quantenbahn, in der die Anlagerung erfolgt, mit r bezeichnet:

$$s^2 = \frac{10^{-20}}{V} \cdot \frac{Z^4}{r^3 (9{,}5\, Z^2/r^2 + 0{,}7\, V)}.$$

Die Formel von Eddington enthält den „Radius des Atomkerns". Setzen wir dafür im Anschluß an die gewöhnlich angenommene Größenordnung $Z \cdot 10^{-13}$, so lautet die Formel

$$s^2 = \frac{10^{-20}}{V} \cdot 2 Z (Z + 0{,}7\, Z).$$

Als Beispiel diene die Anlagerung eines Elektrons an das Wasserstoff-Atomion in der zweiten Quantenbahn, entsprechend der Emission des Grenzkontinuums der Balmerserie. Man erhält mit $r = 2$ hierfür nach Kramers $s = 0{,}3 \cdot 10^{-10}/\sqrt{V + 0{,}57\, V^2}$ und nach Eddington $s = 2 \cdot 10^{-10}/\sqrt{V}$. Nach Kramers berechnete Absorptionskoeffizienten für Röntgenstrahlen stimmen mit den bisher gemessenen Werten soweit überein, daß man die Größenordnung von s^2, wie sie sich aus der obigen Formel ergibt, wohl für richtig halten darf. Die Formel von Eddington ist demgegenüber natürlich grundsätzlich sowohl wie quantitativ weniger gewichtig, wenn sie auch nach Eddington Rechnungen der Absorptionsverhältnisse im Innern der Sterne besser wiederzugeben scheint. Sie liefert nämlich z. B. für den Absorptionskoeffizienten im Mittelpunkt der Capella den Wert $k = 80$, der etwa 16mal größer ist als der nach Kramers berechnete und mit dem astronomisch ermittelten Wert 50 recht gut übereinstimmt. Eddington hat übrigens in seinem Buch diese Dinge bereits so eingehend diskutiert, daß man vorläufig auch bei kritischer Einstellung kaum etwas Wesentliches wird hinzufügen können.

Die Formel von Rüchardt lautet in derselben Bezeichnungsweise (V_{rj} = Ionisierungsspannung)

$$s^2 = \frac{2 \cdot 10^{-14}}{V^2} \cdot Z^2 \left[1 - \left(\frac{V}{2 V_{rj}}\right)^2\right].$$

Sie weicht qualitativ und quantitativ von den beiden anderen Formeln ab; von Interesse ist, daß sie auf eine Grenzgeschwindigkeit $V = 2 V_{rj}$

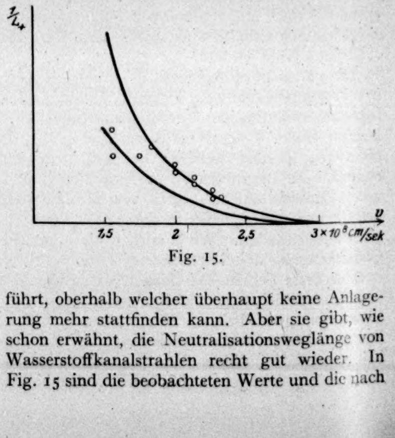

Fig. 15.

führt, oberhalb welcher überhaupt keine Anlagerung mehr stattfinden kann. Aber sie gibt, wie schon erwähnt, die Neutralisationsweglänge von Wasserstoffkanalstrahlen recht gut wieder. In Fig. 15 sind die beobachteten Werte und die nach

der Formel berechneten eingetragen; die beiden theoretischen Kurven ergeben sich, je nachdem man annimmt, daß das H-Ion aus jedem getroffenen Molekül ein Elektron übernimmt oder daß es jedesmal zwei Elektronen und zwei Atomionen bildet, wodurch sich die Anlagerungswahrscheinlichkeit verdoppelt. Auch für α-Strahlen können die Verhältnisse durch Rüchardts Formel gut wiedergegeben werden.

Für den Fall der Anlagerung an einen nicht vollständig von den Elektronen befreiten Kern (Ionisationsgrad $j <$ Kernladungszahl Z) steht bisher nur die Formel von Milne zur Verfügung, die aber natürlich im Grenzfall auch die Anlagerung an einen nackten Kern umfaßt. Der in Laboratoriumsversuchen wichtigste Sonderfall dürfte der sein, daß ein Elektron sich — allgemein in der $r$ten Bahn — anlagert an ein einfach ionisiertes Atom und so das einwertige Atomion zurückverwandelt in ein neutrales angeregtes Atom. Wenn man wiederum die Elektronengeschwindigkeit V und die Ionisierungsspannung V_{jr} des Atoms aus der $r$ten Bahn in Volt mißt, lautet dann die Formel von Milne mit den früheren Bezeichnungen

$$s^2 = \frac{6{,}7 \cdot 10^{-20}}{V} (V_r + V)^3 \cdot \frac{\psi q_r}{\sigma_r},$$

worin insbesondere ψ die Wahrscheinlichkeit einer Photoionisation aus der $r$ten Bahn — in die dann umgekehrt auch die Anlagerung stattfindet — durch Absorption eines Quants

$$h\nu = (V_{jr} + V)\, 1{,}6 \cdot 10^{-12}$$

ist. Nun ist freilich mit dieser Formel im allgemeinen nicht viel gewonnen. Denn sowohl die direkte Messung der Photoionisation wie auch

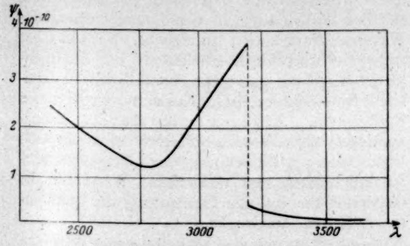

Fig. 16.

die Messung des monochromatischen Absorptionskoeffizienten und Berechnung von ψ daraus läßt sich nicht ausführen, wenn es sich nicht um den Grundzustand $r = 1$ des Atoms handelt.

Man ist also vorläufig prinzipiell beschränkt auf Aussagen über die Anlagerung in den Grundzustand. Die brauchbarsten Daten liegen hier vor in einer Arbeit von Little[1]), der die Wahrscheinlichkeit der Photoionisation an Cäsium absolut gemessen hat; Fig. 16 zeigt die von ihm erhaltenen Werte für $\psi(\lambda)$ in erzeugten Ionen pro Erg und Atom. Atkinson (vgl. dazu auch Mohler, Foote und Chenault (32)) hat einige Bedenken gegen die Genauigkeit der von Little angegebenen Werte geltend gemacht (Cs-Dampf zum Teil auch zweiatomig, Absorption durch Molekülbanden) und hat unter Berücksichtigung dieser Bedenken eine obere Grenze für den Anlagerungsquerschnitt abzuschätzen versucht; er findet so für eine Elektronengeschwindigkeit von $V = 1/15$ (Volt) die Größenordnung $s^2 = 10^{-22}$ (cm²).

Quantitative Messungen der Absorption jenseits der Seriengrenze, die zu einer Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeit dienen könnten, scheinen noch nicht vorzuliegen; einige Angaben und Literaturhinweise findet man in der Arbeit von Mohler, Foote und Chenault.

Neben den Absolutwerten der Einfangequerschnitte in bestimmte einzelne Bahnen sind nun noch von Interesse der totale Einfangequerschnitt und gewisse relative Angaben, worüber aus dem zur Verfügung stehenden Beobachtungsmaterial auch bereits einiges ausgesagt werden kann.

Zunächst ist hier zu besprechen die Durchführung des auf S. 351 bereits skizzierten Programms,

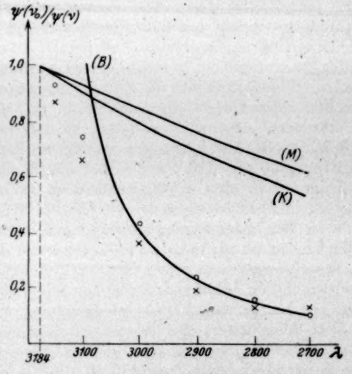

Fig. 17.

nämlich die Überprüfung der Einfangetheorien mit Hilfe von Relativmessungen der Photoausbeute $\psi(\nu)$ aus dem Grundzustand. Derartige Messungen haben Mohler, Foote und

1) E. M. Little, Phys. Rev. **30**, 109, 963, 1927.

Chenault (32) angestellt für Cäsium, dessen 1 *s*-Seriengrenze bei 3184 liegt. Sie haben die in Fig. 17 eingetragenen Punkte erhalten, und zwar die Kreise bei 230° C und die Kreuze bei 180° C. Damit kann man nun vergleichen den Gang von ψ mit ν, wie er sich aus der statistisch-thermodynamischen Beziehung zwischen ψ und s^2 ergibt, wenn man für s^2 einsetzt:

M: nach Milne bzw. Eddington	s^2 prop. $\frac{1}{v^2}$	ψ prop. ν^{-3}
K: nach Kramers	s^2 prop. $\frac{1}{v^2 \cdot \nu}$	ψ prop. ν^{-4}
B: nach Becker bzw. Rüchardt	s^2 prop. $\frac{1}{v^4}\left[1 - \left(\frac{m v^2}{4 V_j}\right)^2\right]$	ψ prop. $\frac{1}{(\nu - \nu_0)\,\nu^3}\left[1 - \frac{(\nu - \nu_0)^2}{4 \nu_0^2}\right]$

Der Vergleich ist in derselben Figur 17 durchgeführt und zeigt eine leider noch sehr unbefriedigende Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung auf. Zu bemerken ist dazu noch, daß zwischen 3050 und 2700 (entsprechend Elektronengeschwindigkeiten zwischen 0,15 und 0,5 Volt) der Ansatz s^2 prop. $1/v^4$ (wie er z. B. aus der Formel von Rüchardt folgen würde) die Beobachtungen am besten darstellt und daß in dem ganzen Intervall von der Seriengrenze bis 6200 sich eine empirische Formel der Art

$$\psi = \psi(\nu_0) \cdot e^{-a(\lambda_0 - \lambda)}$$

am besten bewährt hat. (Vgl. dazu auch die Bemerkungen von Lawrence (33)).

Einige Angaben über die relativen Werte von s_r^2 für verschiedene Einfangbahnen r hat Mohler in seiner schon S. 331 erwähnten Untersuchung der Grenzkontinua des Cäsiums mitgeteilt (vgl. dazu jedoch die Kritik von Atkinson); eine exakte Berechnung aus Intensitätsmessungen im Wiedervereinigungsspektrum scheitert vorläufig an der Unkenntnis der Verteilung der Elektronengeschwindigkeiten in den zur Anregung der Spektren dienenden Gasentladungen (vgl. S. 351) und an störenden Absorptionseffekten, so daß man lediglich grobe Abschätzungen vornehmen kann. Mohler gibt an, daß für Cäsium die Wiedervereinigung in den 2*P*-Zustand etwa 100mal wahrscheinlicher ist als in den Grundzustand und auch in den nächsthöheren Anregungszustand etwas kleiner ist als in den 2*P*-Zustand und daß die Relativwerte auch etwas von der Elektronengeschwindigkeit abhängen; Bedenken gegen diese Angaben hat bereits Atkinson geäußert.

Den Absolutwert des totalen Einfangequerschnitts hat Atkinson abzuschätzen versucht. (Da es unendlich viele Zustände gibt, in die eine Einfangung erfolgen kann, muß natürlich die Summenreihe der Einzelwahrscheinlichkeiten konvergieren, wenn überhaupt ein endlicher Totalquerschnitt resultieren soll.) Im Anschluß an die S. 345 genannten Messungen kommt er für $^1/_{15}$ Volt Elektronen durch Vernachlässigung aller höheren als etwa der ersten 100 Anregungszustände zu einer oberen Grenze für den totalen Einfangequerschnitt von der Größenordnung 10^{-18} (cm²), also immer noch zu einem fast tausendmal kleineren Einfangeradius, als er bei der Genauigkeit jener Messungen experimentell hätte erfaßt werden können.

Anhang. Eine wesentliche Ergänzung haben die Theorien des Elektronenfangs neuerdings gefunden durch die Benutzung wellenmechanischer Ansätze (34). Diese auch nur in den wesentlichen Zügen darzustellen, würde hier zuviel Raum beanspruchen, wird aber hoffentlich von berufener Seite in einem späteren Bericht geschehen können; es muß genügen, auf den zusammenfassenden Bericht von Wentzel über die unperiodischen Vorgänge in der Wellenmechanik hinzuweisen und im übrigen lediglich über die Endergebnisse zu referieren, soweit sie im Zusammenhang mit den vorhergehenden Ausführungen stehen. Oppenheimer hat für den Einfangequerschnitt eines nackten Kerns gefunden, daß für sehr kleine Elektronengeschwindigkeiten s^2 mit abnehmendem v unendlich wird wie $^1/v^2$ und daß für große Elektronengeschwindigkeiten $s^2 = 10^{-18} \cdot Z^5\, V^{-3/2}$ ist, wo V die Voltenergie der Elektronen und Z die Kernladungszahl ist. In der zweiten Arbeit hat Oppenheimer den Gang der Absorption mit der Wellenlänge in den Grenzkontinua der Wasserstoffatomserien untersucht. Nishina hat wahre Absorptionskoeffizienten im Röntgengebiet berechnet und zwar ebenfalls bis zu expliziten, für eine numerische Auswertung geeigneten Endformeln. Sugiura gibt für die Grenzkontinua der Wasserstoffserien ebenfalls die Unterlagen zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten und numerische Werte für die dispersionstheoretische Umdeutung der quantentheoretischen Ausdrücke.

Herrn J. Franck möchte ich auch hier für manchen wertvollen Hinweis danken.

Literaturangaben.

1) P. Paschen, Berl. Ber., S. 135, 1926.
2) F. L. Mohler, Phys. Rev. **31**, 187, 1928.
3) G. Herzberg, Ann. d. Phys. **84**, 553, 565, 1927; G. Mierdel, Ann. d. Phys. **85**, 612, 1928.

4) G. Balasse, C. R. **184**, 1002, 1320, 1927; ders. u. O. Goche, Bull. Belg. **12**, 385, 1926.

5) J. Stark, Ann. d. Phys. **14**, 506, 1904; ders. u. M. Reich, Physik. Zeitschr. **4**, 321, 1903; P. Lewis, Astrophys. Journ. **20**, 49, 1904; C. D. Child, Phys. Rev. **22**, 221, 1906; **4**, 387, 1914; Phil. Mag. **26**, 906, 1913; **37**, 61, 1919; W. Matthies, Ann. d. Phys. **30**, 688, 1909; Verh. D. Phys. Ges. **12**, 754, 1910; Ricker, Phys. Rev. **17**, 195, 1921; J. W. Strutt (Rayleigh), Proc. Roy. Soc. **88**, 110, 1912; **90**, 364, 1914; 91, 92, 1914; **94**, 88, 1918; **108**, 262, 1925; Le Radium **11**, 200, 1919; P. Phillips, Proc. Roy. Soc. **89**, 39, 1914; J. Franck u. W. Grotrian, Zeitschr. f. Phys. **4**, 89, 1921.

6) D. C. Child, Phys. Rev. **9**, 1, 1917.

7) L. Hayner, Phys. Rev. **26**, 364, 1925; Zeitschr. f. Phys. **35**, 365, 1926.

8) C. Kenty, Phys. Rev. **32**, 624, 1928.

9) M. L. Pool, Phys. Rev. **30**, 848, 1927.

10) J. Evershed, Phil. Trans. **197**, 399, 1901; R. W. Wood, Phil. Mag. **18**, 530, 1909; W. H. Wright, Lick Obs. Bull. Nr. 291, 1917; Nature **8**, 10, 1920; J. W. Nicholson, Monthly Notic. **85**, 253, 1925; Ching Sing Yü, Lick Obs. Bull. Nr. 12, 1926; Stratton, nach Ornstein u. Minnaert (11).

11) Paschen (1), Herzberg (3); L. Ornstein u. M. Minnaert, Zeitschr. f. Phys. **43**, 404, 1927.

12) J. Franck u. P. Jordan, Anregung von Quantensprüngen S. 98, 183; Handb. d. Phys., Bd. **23**, Nr. 10, 23.

13) I. Langmuir, Gen. Electr. Rev. **27**, 268, 1924; K. T. Compton, L. A. Turner u. W. H. Mc Curdy, Phys. Rev. **24**, 614, 1924; R. Seeliger, Physik. Zeitschr. **25**, 56, 1924; Zeitschr. f. Phys. **39**, 601, 1926; **41**, 535, 1927; R. Seeliger u. W. Lindow, Physik. Zeitschr. **26**, 393, 1925.

14) J. M. Dewey, Phys. Rev. **32**, 918, 1928.

15) z. B. A. Güntherschulze, Zeitschr. f. Phys. **33**, 810, 1925; **40**, 545, 1926; R. Seeliger, Ann. d. Phys. **59**, 613, 1919.

16) R. Holm u. Th. Krüger, Physik. Zeitschr. **20**, 1, 1919; vgl. R. Holm, Physik. Zeitschr. **25**, 516, 1924.

17) C. D. Child, Phys. Rev. **15**, 30, 1920.

18) L. R. Maxwell, Phys. Rev. **32**, 715, 1928.

19) C. D. Child, Phil. Mag. **27**, 278, 1914.

20) L. S. Ornstein, H. C. Burger u. W. Kapuscinski, Zeitschr. f. Phys. **51**, 34, 1928.

21) R. Holm, Physik. Zeitschr. **15**, 782, 1914; R. Seeliger, Physik. Zeitschr. **15**, 777, 1914; W. Schottky, Physik. Zeitschr. **25**, 342, 635, 1924; W. Schottky u. J. v. Issendorff, Zeitschr. f. Phys. **31**, 163, 1925.

22) R. Holm, Wiss. Veröff. d. Siemenskonzerns **3**, 159, 1923; A. Güntherschulze, Zeitschr. f. Phys. **41**, 718, 1927; **42**, 763, 1927.

23) A. Güntherschulze, Zeitschr. f. Phys. **22**, 70, 1924.

24) R. E. Atkinson, Zeitschr. f. Phys. **51**, 188, 1928.

25) R. Seeliger, Physik. Zeitschr. **25**, 56, 1924; J. Franck, Zeitschr. f. Phys. **47**, 509, 1928.

26) R. Holm u. Th. Krüger, Physik. Zeitschr. **20**, 1, 1919; R. Seeliger u. W. Lindow, Physik. Zeitschr. **26**, 393, 1925.

27) J. Franck, Zeitschr. f. Phys. **47**, 509, 1928.

28) E. A. Milne, Phil. Mag. **47**, 209, 1925; R. Becker, Zeitschr. f. Phys. **18**, 325, 1923.

29) H. A. Kramers, Phil. Mag. **46**, 836, 1923; G. Wentzel, Phys. Ber. **5**, 1458, 1924; Zeitschr. f. Phys. **27**, 257, 1924; A. S. Eddington, Der innere Aufbau d. Sterne S. 277, 284.

30) A. S. Eddington, Innerer Aufbau S. 304; Monthly Not. **83**, 32, 431, 1923; E. Rüchardt, Zeitschr. f. Phys. **15**, 164, 1923.

31) G. Wentzel, Zeitschr. f. Phys. **15**, 172, 1923.

32) F. L. Mohler, P. D. Foote u. R. L. Chenault, Phys. Rev. **27**, 37, 1926.

33) E. O. Lawrence, Phys. Rev. **27**, 555, 1926; Phil. Mag. **50**, 345, 1925.

34) G. Wentzel, Physik. Zeitschr. **29**, 321, 1928; J. R. Oppenheimer, Phys. Rev. **31**, 349, 1928; Zeitschr. f. Phys. **41**, 268, 1927; G. Nishina, Verh. d. D. Phys. Ges. **9**, 6, 1928; vgl. Phys. Bericht. **9**, 1371, 1928; Y. Sugiura, Journ. d. Phys. **7**, 113, 1927.

(Eingegangen 21. März 1929.)

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Analyse von Absorptionskurven für allseitige Inzidenz inhomogener Strahlung bei ebenen Grenzflächen.

Von H. Hellmann.

Im Zusammenhang mit den neueren Messungen der Intensität der Höhenstrahlung in großen Tiefen von E. Regener[1]) entstand das Bedürfnis nach einer bequemen Methode zur rechnerischen Analyse der Absorptionskurven unter der Annahme allseitiger Inzidenz der Strahlung.

1) E. Regener, Naturwissenschaften **17**, 183, 1929.

Die zuletzt von Millikan[1]) angewandte Methode des Ausprobierens ist recht mühselig, zumal dann, wenn man die ganze Analyse mit verschiedenen Annahmen über die Restionisation durchführen muß. Aus den Regenerschen Messungen in großen Tiefen ergibt sich nämlich, daß keineswegs die härteren Komponenten in etwa 250 m Tiefe schon verschwunden sind, was nach den von Millikan mitgeteilten Meßergebnissen zu erwarten gewesen wäre. Solange die Messungen nicht auf noch größere Tiefen ausgedehnt

1) R. A. Millikan und G. H. Cameron, Phys. Rev. **31**, 921, 1928.

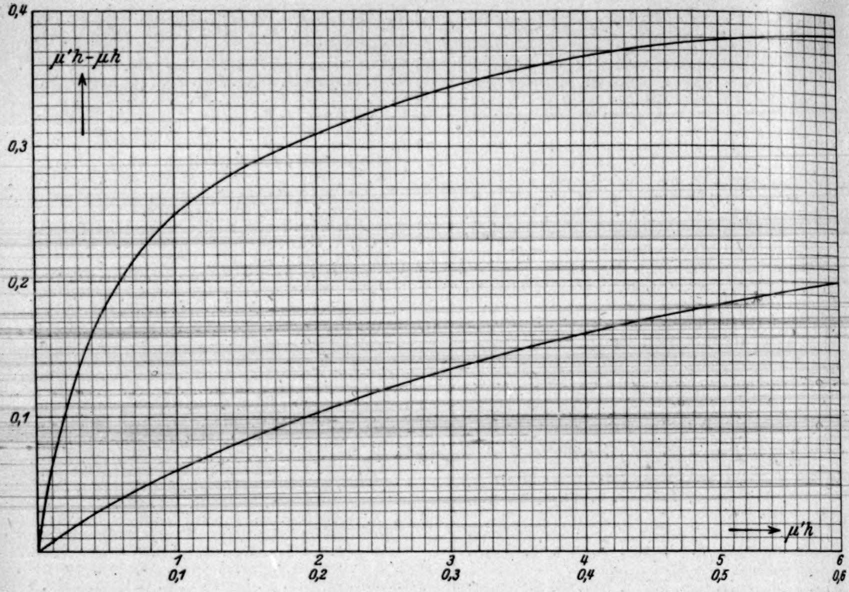

Fig. 1.

werden, muß man sich damit begnügen, durch Ausprobieren den plausibelsten Wert für die Restionisation zu gewinnen, was eben für jede Annahme der Restionisation eine vollständige Analyse der gemessenen Kurve nach den verschieden harten Komponenten erfordert.

Das benutzte Verfahren schließt sich möglichst eng an das übliche graphische Verfahren bei der Annahme einseitiger Inzidenz an.

Bei senkrechter Inzidenz und homogener Strahlung erhält man bei Auftragen der Logarithmen der Intensität als Funktion der Tiefe h eine Gerade mir der Neigung μ. Die Abnahme der Intensität geht dann nach dem Gesetz $J = J_0\, 10^{-\mu h}$, wenn man dekadische Logarithmen auftrug.

Es soll im folgenden stets mit den so definierten Absorptionskoeffizienten gerechnet werden. Dadurch wird die rechnerische Ableitung der benutzten Beziehungen etwas weniger elegant; aber die Verwendung von dekadischen Logarithmen bedeutet, wenn viele Kurven analysiert werden müssen, eine praktische Erleichterung. Am Schluß des rechnerischen Verfahrens kann man durch Multiplikation der gefundenen μ-Werte mit ln 10 leicht wieder zu den üblichen durch $J = J_0\, e^{-\bar{\mu} h}$ definierten Koeffizienten $\bar{\mu}$ übergehen.

Bei allseitiger Inzidenz entsteht auch bei homogener Strahlung bei logarithmischer Auftragung der Intensität als Funktion der Tiefe eine gekrümmte Kurve. Berücksichtigt man, wie bei einseitiger Inzidenz, daß in großen Tiefen die härteste Komponente fast allein vorhanden ist, so braucht man zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten nur einen mathematischen Zusammenhang zwischen dem aus der Tangentenrichtung abgelesenen „scheinbaren" Absorptionskoeffizienten $\mu' = -\frac{d \log J}{d h}$ und dem wahren Absorptionskoeffizienten μ.

Für allseitige Inzidenz ist bekanntlich

$$J = J_0 \int\limits_{\alpha=\frac{\pi}{2}}^{0} 10^{-\frac{\mu h}{\cos\alpha}}\, d(\cos\alpha)$$

oder mit Umnennung der Integrationsvariablen:

$$J = J_0 \int\limits_0^1 10^{-\frac{\mu h}{x}}\, dx\,,$$

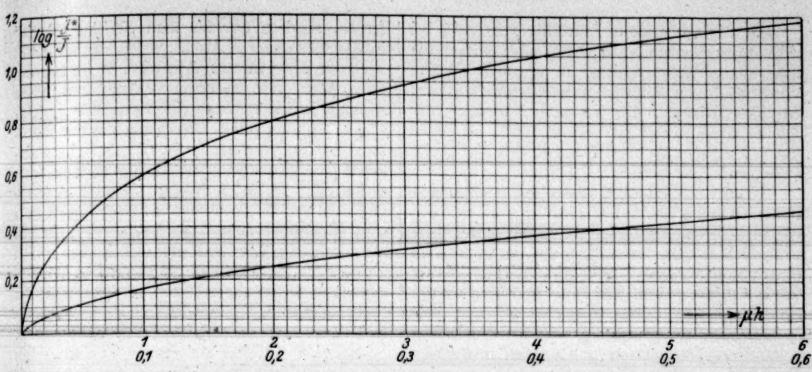

Fig. 2.

also

$$-\frac{d\log J}{dh} = \frac{\int\limits_0^1 \frac{\mu}{x}\, 10^{-\frac{\mu h}{x}}\, dx}{\int\limits_0^1 10^{-\frac{\mu h}{x}}\, dx}$$

Durch Einführung von $\frac{\mu h \ln 10}{x} = z$ und partieller Integration des Nenners gewinnt man:

$$-\frac{d\log J}{dh} = \mu\, \frac{\int\limits_{\mu h \ln 10}^{\infty} e^{-z} z^{-1}\, dz}{10^{-\mu h} - \mu h \ln 10 \int\limits_{\mu h \ln 10}^{\infty} e^{-z} z^{-1}\, dz}$$

oder

$$\mu' h = \mu h\, \frac{\int\limits_{\mu h \ln 10}^{\infty} e^{-z} z^{-1}\, dz}{10^{-\mu h} - \mu h \ln 10 \int\limits_{\mu h \ln 10}^{\infty} e^{-z} z^{-1}\, dz}.$$

Das vorkommende Integral das „Exponentialintegral“ findet sich in Tabellen (Jahnke-Emde, Funktionentafeln S. 21, Meyer-Schweidler, Radioaktivität, Anh. Tab. I[1])), und so läßt sich leicht $\mu' h$ als Funktion von μh und damit auch $\mu' h$-μh als Funktion von $\mu' h$, wie in Fig. 1 dargestellt, gewinnen. Durch Subtraktion des aus der Fig. 1 zu entnehmenden Wertes von dem aus der Tangentenrichtung in der Tiefe h_1 ermittelten $\mu' h_1$ erhält man sofort μh_1 und μ.

Mit dem so gefundenen μ läßt sich die Kurve $J = J_0 \int\limits_0^1 10^{-\frac{\mu h}{x}}\, dx$ leicht bis zu $h = 0$ nach oben fortsetzen. Nach Übertragung in die ursprüngliche J — h-Kurve im linearen Maßstab und Subtraktion läßt sich mit der verbleibenden Kurve dasselbe Verfahren zur Bestimmung der nächst weicheren Komponente durchführen. Zur Erleichterung der Extrapolation dient die Kurve Fig. 2, die $\log \frac{J^*}{J}$ als Funktion von μh liefert, wobei J^* die zu demselben Absorptionskoeffizienten und gleicher Anfangsintensität gehörende Intensität bei Annahme senkrechter Inzidenz bedeutet. Man addiert zu dem gemessenen $\log J$ das zu dem betr. μh_1 gehörige $\log \frac{J^*}{J}$ und zieht durch diesen Punkt die Gerade, die dem Absorptionskoeffizienten μ entspricht. So erhält man die Anfangsintensität dieser Komponente der Strahlung. Durch Subtraktion von $\log \frac{J^*}{J}$ von der Geraden für die Zwischenpunkte μh erhält man sofort den ganzen Verlauf der Kurve $J = J_0 \int\limits_0^1 10^{-\frac{\mu h}{x}}\, dx$, die der Komponente mit dem Absorptionskoeffizienten μ entspricht.

Bis auf die Eintragungen, die unter Benutzung der beiden Kurven Fig. 1 und Fig. 2 gemacht werden, ist das Verfahren identisch mit dem bei einseitiger Inzidenz benutzten und läßt sich fast mit dem gleichen Aufwand an Zeit und Mühe durchführen.

1) Für Benutzung der Tabelle I in Meyer-Schweidler, Radioaktivität, Anhang, sei hier darauf hingewiesen, daß der Wert des Exponentialintegrals $-Ei(-x)$ für $x = 2{,}5$ in der neuen Auflage (1927) durch einen Druckfehler falsch angegeben ist. Er muß $2{,}491 \cdot 10^{-2}$ heißen.

Für die vorhandene Lufthülle setzt man bei Absorptionsmessungen durch Wasser einfach die äquivalente Wasserschicht, da wegen der Härte der Strahlung μ praktisch identisch wird mit dem Streukoeffizienten, der in erster Näherung der Dichte proportional ist. Sonst würde an Stelle von μh $\mu h + \mu_2 h_2$ treten, wobei sich das zweite Glied auf Luft bezieht.

Es sei noch erwähnt, daß diese Rechnungen natürlich auch für den reziproken Fall, nämlich die Berechnung der Gesamtintensität hinter einer unendlich ausgedehnten Platte von der Dicke h bei einer punktförmigen Strahlungsquelle unmittelbar vor der Platte gelten. Für Absorptionskurven der Strahlung radioaktiver Präparate in einer entsprechenden Meßanordnung — die man z. B. bei schwachen Intensitäten gelegentlich vorteilhaft anwendet — können die berechneten Kurven von Nutzen sein.

Für den Hinweis auf die bei der Höhenstrahlung auftretenden Fragen und freundliche Ratschläge bin ich Herrn Prof. Dr. E. Regener sehr dankbar.

Stuttgart, Physikalisches Institut der Techn. Hochschule, im März 1929.

(Eingegangen 3. April 1929.)

Über die „mechanische" Ionisation von Gasen durch extremen Druck bei beliebig tiefer Temperatur.

Von Wilhelm Anderson.

P. W. Bridgman hat die Meinung geäußert, daß beim Komprimieren eines Gases die „Quantenstruktur" seiner Atome einen zwar sehr großen, aber nicht unendlich großen Widerstand leiste: unter genügend hohem Druck müsse die „Quantenstruktur" zusammenbrechen[1]). Mit anderen Worten: jedes Gas kann auch bei tiefer Temperatur durch Druck allein ionisiert werden, wenn nur dieser Druck genügend hoch ist.

Wir wollen diese Frage hier eingehender untersuchen, und zwar von einem etwas anderen Standpunkt aus als Bridgman.

Zur Ionisation eines isolierten Atoms ist es notwendig, sein Elektron unendlich weit zu entfernen. Erst dann kann man sagen, daß das Atom sein Elektron verloren hat. Sollte aber unser Atom nicht isoliert sein, so braucht man das Elektron nicht bis zur Unendlichkeit zu entfernen, sondern nur bis zum „Wirkungskreis" irgendeines anderen Atoms, welches zufällig sein Elektron verloren hat. Auf diese Weise hat das erste Atom sein Elektron verloren und bleibt so lange ionisiert, bis es ein neues Elektron einfängt. Zur Ionisation eines Atoms in der Nachbarschaft anderer Atome ist offenbar ein geringeres Energiequantum notwendig als zur Ionisation eines isolierten Atoms. Solange aber die gegenseitigen Entfernungen der Atome noch groß sind gegenüber dem Atomdurchmesser, ist die Verminderung der Ionisationsarbeit unmerklich klein. So z. B. macht es im Falle eines Wasserstoffatoms kaum einen Unterschied, ob man das Elektron von der „Grundbahn" bis zur Unendlichkeit entfernt, oder bis 10^{-5} cm vom Atomkern.

Bei immer weiter steigendem Druck werden die gegenseitigen Entfernungen der Atome mit den Atomdurchmessern vergleichbar, und dann muß das Ionisationspotential rasch abnehmen. Schließlich wird zur Ionisation die durchschnittliche kinetische Energie der Atome (oder Moleküle) bei Zimmertemperatur ausreichen. Ein Gas unter so hohem Drucke muß selbst bei Zimmertemperatur metallische Leitfähigkeit besitzen[1]).

Steigt der Druck noch weiter, so wird das Ionisationspotential schließlich gleich Null werden, so daß der Übergang der Elektronen von dem einen Atom zum anderen gar keiner Energiezufuhr bedarf (bedeutet dies nicht Supraleitfähigkeit?).

Hoher Druck erleichtert das Einfangen der freien Elektronen seitens der positiven Atomionen, wodurch der Ionisationsgrad vermindert wird. Andererseits wird das Ionisationspotential herabgesetzt, so daß es bei extremen Drucken sogar gleich Null werden muß. Dann hört aber auch jeder Unterschied zwischen dem ionisierten und dem unionisierten Zustande auf.

Ein analoges Verhältnis sehen wir bei den Flüssigkeiten und ihren Dämpfen. Hoher Druck erschwert das Verdampfen und erhöht deshalb den Siedepunkt. Gleichzeitig wird aber die latente Verdampfungswärme vermindert. Übersteigt der Druck den sogenannten „kritischen" Wert, so hört jeder Unterschied zwischen Flüssigkeit und Dampf auf (die latente Verdampfungs-

1) P. W. Bridgman, Phys. Rev. (2) **29**, 188, 1927. Ähnliche Gedanken finden sich auch bei J. Frenkel, Zeitschr. f. Phys. **29**, 214, 1924.

1) Wenn ein solches Gas sich unter konstantem Druck weiter abkühlt, so vermindert sich die kinetische Energie seiner Moleküle, aber gleichzeitig werden auch ihre gegenseitigen Entfernungen kleiner. Darum läßt sich a priori nicht sagen, ob die Leitfähigkeit mit fallender Temperatur wachse oder sich vermindere. Es sei auch hier noch erwähnt, daß auch J. Frenkel es für sehr wahrscheinlich hält, daß bei extrem hohen Drucken alle Substanzen metallische Leitfähigkeit besitzen (Zeitschr. f. Phys. **29**, 220, 1924).

wärme ist gleich Null geworden). Unter einem solchen Druck kann man auf keine Weise einen „Meniskus" erhalten, sondern bei allen Temperaturen wird immer nur eine einzige „Phase" erscheinen, die mit gleichem Rechte als Flüssigkeit wie als Dampf angesehen werden kann.

Das einfachste Gas ist atomarer Wasserstoff. Bei tieferen Temperaturen kann aber atomarer Wasserstoff nicht existieren, da die Wasserstoffatome sich zu Molekülen verbinden. Um jedoch unsere Berechnungen nicht zu sehr zu komplizieren, wollen wir annehmen, daß selbst bei den tiefsten Temperaturen (sogar bei 0^0 abs.) keine Molekülbildung stattfindet.

Bekanntlich besteht das Wasserstoffatom aus einem Elektron und einem Proton. Der Radius der „Grundbahn" des Elektrons (und nur die Grundbahn kommt bei uns in Betracht, da wir den Wasserstoff bei 0^0 abs. nehmen wollen) ist gleich

$$r = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e e^2} \tag{1}$$

und die kinetische Energie des Elektrons gleich

$$L_e = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2}, \tag{2}$$

wo m_e die Masse des Elektrons bedeutet, e seine Ladung und h die Planck sche Konstante.

Komprimieren wir unseren atomaren Wasserstoff so stark, daß die Atome sich „berühren", d. h. daß die Entfernung zweier benachbarter Protonen $2r$ beträgt. Die im Kubikzentimeter enthaltene Zahl der Atome ist dann gleich:

$$n_1 = \frac{1}{(2r)^3} = \frac{1}{8r^3}. \tag{3}$$

Unter solchen Umständen ist es aber unmöglich anzunehmen, daß die kreisförmigen „Grundbahnen" der Elektronen unverändert weiterbestehen. Jedes Elektron wird von seinem Proton etwa ebenso stark angezogen werden wie von den nächsten anderen Protonen. Die ursprünglich kreisförmigen „Grundbahnen" der Elektronen müssen sich zu ganz unregelmäßigen Trajektorien auflösen. Statt eines Gases aus Wasserstoffatomen haben wir jetzt ein Gemisch von Elektronengas und Protonengas vor uns.

Zur Auflösung der ursprünglich kreisförmigen „Grundbahnen" ist es aber gar nicht notwendig, daß die gegenseitigen Entfernungen der Protonen nur $2r$ betragen. Auch bei merklich größeren Entfernungen werden die „Störungen" noch so stark sein, daß von kreisförmigen Quantenbahnen selbst in roher Annäherung keine Rede sein kann.

Nach Amagat ist das Volumen des gewöhnlichen (molekularen) Wasserstoffs bei 0^0 C und unter 2800 Atm. gleich $1{,}02 \cdot 10^{-3}$ cm³. J. J. van Laar sagt darüber: „Wie man sieht, ist sogar bei fast 3000 Atm. das Volum noch 1,7 mal größer als das kleinste Volum (etwa $600 \cdot 10^{-6}$), welches erst bei $p = \infty$ erreicht werden kann"[1]. Van Laar meint also, daß molekularer Wasserstoff, sobald er bis $6 \cdot 10^{-4}$ seines ursprünglichen Volumens zusammengepreßt ist, jeder weiteren Volumenverringerung einen unendlich großen Widerstand entgegensetzt.

Es liegt der Gedanke sehr nahe, daß die weitere Kompression mit großen Deformationen der Quantenbahnen verbunden sei. Solchen Deformationen setzt aber unser Gas einen sehr großen Widerstand entgegen[2].

Jedes Gas bei 0^0 C und unter 1 Atmosphäre enthält etwa $2{,}7 \cdot 10^{19}$ Moleküle pro ccm. Ist dies Gas bis zu $6 \cdot 10^{-4}$ seines ursprünglichen Volumens komprimiert, so kommen $\frac{2{,}7 \cdot 10^{19}}{6 \cdot 10^{-4}} = 4{,}5 \cdot 10^{22}$ Moleküle auf 1 ccm. Der Durchmesser eines Wasserstoffmoleküls kann in roher Annäherung gleich 10^{-8} cm angenommen werden, also gleich dem Durchmesser eines Wasserstoffatoms[3]. Vom theoretischen Standpunkt aus könnten im ccm etwa $\frac{1}{(10^{-8})^3} = 10^{24}$ Wasserstoffmoleküle sich befinden. Wir haben aber oben gesehen, daß schon bei $4{,}5 \cdot 10^{22}$ Molekülen pro ccm, also bei einer etwa 18,52 mal kleineren Zahl, größere Deformationen der Quantenbahnen beginnen müssen. In roher Annäherung wollen wir annehmen, daß in dieser Hinsicht auch atomarer Wasserstoff sich ebenso verhält (selbst beim absoluten Nullpunkt der Temperatur). Wenn also die Zahl der Wasserstoffatome im ccm gleich

$$n_2 = \frac{n_1}{18{,}52} = \frac{1}{8r_3 \cdot 18{,}52} = \frac{1}{148{,}16\, r^3} \tag{4}$$

wird, so beginnen die „Grundbahnen" sich stark zu deformieren.

Bezeichnen wir durch n die minimale Zahl der Atome pro ccm, bei der die anfänglich kreisrunden „Grundbahnen" als zerstört und aufgelöst betrachtet werden können, so haben wir offenbar

$$n_1 > n > n_2,$$

und im Hinblick auf (3) und (4):

$$\frac{1}{8r^3} > n > \frac{1}{148{,}16\, r^3}. \tag{5}$$

1) J. J. van Laar, Die Zustandsgleichung von Gasen und Flüssigkeiten, Leipzig 1924, S. 17.

2) Wir sind jedoch keineswegs zu der Annahme gezwungen, daß dieser Widerstand im buchstäblichen Sinne unendlich groß sei.

3) Die Abbildung eines H_2-Modells kann man z. B. finden bei Max Born, Der Aufbau der Materie, 2. Auflage, Berlin 1922, S. 28. Natürlich will ich nicht behaupten, daß dies Modell ganz genau der Wirklichkeit entspricht.

Unser ursprünglich atomares Wasserstoffgas hat sich dabei aufgelöst in ein Gemisch von Elektronengas und Protonengas. Da jedes Wasserstoffatom vor seiner Auflösung ein Elektron und ein Proton enthielt, so ist n die Zahl sowohl der Protonen, als auch der Elektronen pro ccm.

Führen wir aus (1) den Wert von r in (5) ein, so erhalten wir:

$$\frac{8\pi^6 m_e^3 e^6}{h^6} > n > \frac{0{,}432\,\pi^6 m_e^3 e^6}{h^6}.$$

Daraus kann man erhalten:

$$\frac{4\pi^4 m_e^2 e^4}{h^4} > n^{2/3} > \frac{0{,}571\,\pi^4 m_e^2 e^4}{h^4}. \qquad (6)$$

Auf Grund von (2) können wir schreiben:

$$L_e = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2} = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2} \cdot \frac{2\pi^2 m_e h^2}{2\pi^2 m_e h^2}$$

$$= \frac{1}{2\pi^2} \cdot \frac{h^2}{m_e} \cdot \frac{4\pi^4 m_e^2 e^4}{h^4},$$

und im Hinblick auf (6):

$$L_e > \frac{1}{2\pi^2} \cdot \frac{h^2 n^{2/3}}{m_e},$$

oder

$$L_e > 0{,}051 \cdot \frac{h^2 n^{2/3}}{m_e}. \qquad (7)$$

Andererseits kann man auch so schreiben:

$$L_e = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2} \cdot \frac{0{,}571\,\pi^2 m_e h^2}{0{,}571\,\pi^2 m_e h^2}$$

$$= \frac{1}{0{,}571\,\pi^2} \cdot \frac{h^2}{m_e} \cdot \frac{0{,}571\,\pi^4 m_e^2 e^4}{h^4},$$

was im Hinblick auf (6) zu

$$L_e < \frac{1}{0{,}571\,\pi^2} \cdot \frac{h^2 n^{2/3}}{m_e}$$

führt, oder zu:

$$L_e < 0{,}355 \cdot \frac{h^2 n^{2/3}}{m_e}. \qquad (8)$$

Im Wasserstoffatom ist das Proton (dessen Masse wir durch m bezeichnen wollen) nicht unbeweglich, sondern beschreibt einen kleinen Kreis um den Schwerpunkt des Atoms. Es ist nicht schwer einzusehen, daß die kinetische Energie des Protons gleich

$$L_p = L_e \cdot \frac{m_e}{m_p}$$

ist, also im Hinblick auf (7):

$$L_p > 0{,}051 \cdot \frac{h^2 n^{2/3}}{m_e} \cdot \frac{m_e}{m_p},$$

oder:

$$L_p > 0{,}051\, \frac{h^2 n^{2/3}}{m_p}. \qquad (9)$$

Statt (7) und (9) können wir ganz allgemein schreiben:

$$L > 0{,}051\, \frac{h^2 n^{2/3}}{m},$$

welche Formel ebensogut für die Elektronen wie für die Protonen gilt. In ähnlicher Weise haben wir:

$$L < 0{,}355\, \frac{h^2 n^{2/3}}{m}.$$

Wir können also schreiben:

$$0{,}355\, \frac{h^2 n^{2/3}}{m} > L > 0{,}051\, \frac{h^2 n^{2/3}}{m} \qquad (10)$$

Nach E. Fermi ist die mittlere kinetische Energie der Atome eines idealen einatomigen Gases im Falle großer Entartung gleich:

$$L = \frac{3}{40}\left(\frac{6}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2 n^{2/3}}{m} + \frac{2^{1/3}\pi^{8/3}}{3^{1/3}} \cdot \frac{m k^2 T^2}{h^2 n^{2/3}} + \cdots,$$

wo n die Zahl der Atome pro ccm bedeutet, m die Masse eines Atoms, k die Boltzmannsche Konstante und T die absolute Temperatur[1]). Ist $T = 0$, so erhalten wir als „Nullpunktsenergie":

$$L = \frac{3}{40}\left(\frac{6}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2 n^{2/3}}{m}, \qquad (11)$$

oder

$$L = 0{,}115\, \frac{h^2 n^{2/3}}{m}. \qquad (12)$$

Wir sehen, daß Fermis Formel (12) für die „Nullpunktsenergie" sich mit der von uns oben abgeleiteten Formel (10) im Einklange befindet.

Unter genügendem Druck tritt bei einer jeden Temperatur (sogar beim absoluten Nullpunkt) die „mechanische" Ionisation der Gase ein, wobei z. B. Wasserstoff sich in ein Gemisch von Protonengas und Elektronengas auflöst. Die kinetische Energie der Elektronen und Protonen, die vorher in ihren „Grundbahnen" rotiert hatten, wird jetzt zur Nullpunktsenergie des entstandenen Elektronengases und Protonengases.

Ein solches „mechanisch" ionisiertes Gas kann mit gleichem Rechte als ionisiert wie als unionisiert angesehen werden. Einerseits sind seine Elektronen nicht an bestimmte Protonen gebunden, sondern beschreiben unregelmäßige und ungeschlossene Trajektorien (wie freie Gasmoleküle). Andererseits sind ihre Bewegungen dennoch gequantelt und erfolgen daher ohne Ausstrahlung von Energie. Unter einem so hohen Druck gibt es also keinen Unterschied zwischen der ionisierten „Phase" und der unionisierten,

1) E. Fermi, Zeitschr. f. Phys. **36**, 911, 1926. Fermi bezeichnet hier die durchschnittliche kinetische Energie durch $\bar{L}$.

da beide „Phasen" zu einer einzigen zusammengefallen sind.

Der „Nullpunktsdruck" ist nach E. Fermi gleich

$$p = \frac{1}{20}\left(\frac{6}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2 n^{5/3}}{m}. \tag{13}$$

Wenn man das beim absoluten Nullpunkt befindliche und völlig entartete Gas sich unter Arbeitsleistung adiabatisch ausdehnen läßt, kann seine Temperatur natürlich nicht weiter fallen, da sie sich schon vor der Ausdehnung beim absoluten Nullpunkt befunden hat. Die Arbeit wird geleistet auf Kosten der Nullpunktsenergie der Atome. Umgekehrt: beim adiabaten Komprimieren wird die durch die äußeren Kräfte geleistete Arbeit nicht zur Erhöhung der Temperatur verbraucht, sondern ausschließlich zur Vergrößerung der Nullpunktsenergie. Der Prozeß ist also gleichzeitig ein adiabater und ein isothermer.

Die Formel (13) zeigt, daß der Druck umgekehrt proportional der Masse des Teilchens ist. Darum wird der Druck des Elektronengases beinahe 2000 mal größer sein als der Druck des Protonengases bei gleichem n.

Wir hatten ein Gemisch von n Elektronen und n Protonen vor uns. Die Dichte unseres Gemisches ist gleich

$$\varrho = 1{,}662 \cdot 10^{-24}\, n, \tag{14}$$

da die Masse von n Protonen und n Elektronen gleich der Masse von n Wasserstoffatomen ist. Was den Druck unseres Gemisches anbetrifft, so kann man nach dem oben Gesagten den Protonendruck neben dem Elektronendruck vernachlässigen und in (13) für m die Masse des Elektrons einsetzen, nämlich $m = 9 \cdot 10^{-28}$ g. Statt (13) erhalten wir jetzt:

$$p = \frac{10^{26}}{1{,}8}\left(\frac{6}{\pi}\right)^{2/3} h^2 n^{5/3}. \tag{15}$$

Eliminiert man n aus (14) und (15) und setzt man $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$, so ergibt sich:

$$\boxed{p = 1{,}57 \cdot 10^{13} \varrho^{5/3}.} \tag{16}$$

Es ist bemerkenswert, daß bei adiabater Kompression eines gewöhnlichen (nicht entarteten) einatomigen Gases der Druck sich ebenfalls proportional $\varrho^{5/3}$ ändert. Man darf aber nicht vergessen, daß die Gleichung (16) bloß eine recht rohe Annäherung darstellt, weil in Fermis Formel (15), von der wir ausgegangen sind, die elektrostatischen Wechselwirkungen der Teilchen nicht in Betracht gezogen sind.

Wir haben gesehen, daß die kinetische Energie der Elektronen, die ursprünglich in kreisförmigen „Grundbahnen" rotiert haben, im Moment der Auflösung der letzteren zur Nullpunktsenergie des entstandenen Elektronengases wird. Nach (11) ist die durchschnittliche Nullpunktsenergie eines Elektrons:

$$L_e = \frac{3}{40}\left(\frac{6}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2 n^{2/3}}{m_e}. \tag{17}$$

Aus dem oben Gesagten geht hervor, daß die „mechanische" Ionisation des beim absoluten Nullpunkt befindlichen atomaren Wasserstoffs eintritt, sobald die linken Seiten von (2) und (17) gleich geworden sind. Natürlich müssen dann auch die rechten Seiten gleich werden, also:

$$\frac{3}{40}\left(\frac{6}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2 n^{2/3}}{m_e} = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2},$$

oder

$$n = \frac{\pi^4 m_e^3 e^6}{6 h^6} \cdot \left(\frac{80}{3}\right)^{3/2}.$$

Setzt man $e = 4{,}774 \cdot 10^{-10}$, $m_e = 9 \cdot 10^{-28}$ und $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$, so erhält man:

$$n = 2{,}4433 \cdot 10^{23}.$$

Dieser Wert, in (14) eingeführt, ergibt:

$$\varrho = 0{,}4061. \tag{18}$$

Aus (16) erhalten wir jetzt:

$$p = 3{,}50 \cdot 10^{12}. \tag{19}$$

Beim absoluten Nullpunkt tritt also die „mechanische" Ionisation des atomaren Wasserstoffs ein, sobald der äußere Druck $3{,}5 \cdot 10^{12}$ Dyn · cm^{-2} oder $3{,}5 \cdot 10^6$ Atmosphären erreicht. Nach (18) ist dann die Dichte gleich $0{,}4061$ g · cm^{-3}, und natürlich kann die Gleichung (16) nur von dieser Dichte an gelten. Wird aber die Dichte übermäßig groß (etwa 10^6 g · cm^{-3} und darüber), so muß die Formel (16) wieder ungültig werden. Dies kommt daher, weil bei so großen Dichten die Nullpunktsgeschwindigkeit schon mit Lichtgeschwindigkeit vergleichbar wird. Dann darf aber die Masse des Elektrons nicht gleich seiner Ruhemasse angenommen werden, wie wir es getan haben.

Es sei hier noch erwähnt, daß der Druck, welcher im Zentrum der Sonne herrscht, zweifellos sehr viel größer ist als $3{,}5 \cdot 10^{12}$ Dyn · cm^{-2}.

Das Eliminieren von n aus (14) und (17) ergibt:

$$L_e = \frac{3}{40}\left(\frac{6}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2 \varrho^{2/3}}{m_e (1{,}662 \cdot 10^{-24})^{2/3}}.$$

Die Voltgeschwindigkeit des Elektrons ist dann gleich:

$$V_{(\mathrm{Volt})} = \frac{300\, L_e}{4{,}774 \cdot 10^{-10}}$$

$$= \frac{9 \cdot 10^{28}}{4{,}774 \cdot 1{,}662^{2/3}}\left(\frac{6}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2 \varrho^{2/3}}{m_e},$$

oder:

$$V_{(\text{Volt})} = 24{,}6\,\varrho^{2/3}. \qquad (20)$$

In der hier beigefügten Tabelle habe ich die Drucke und die Voltgeschwindigkeiten der Elektronen berechnet, die verschiedenen Dichten des „mechanisch“ ionisierten Wasserstoffs entsprechen.

Es ist noch bemerkenswert, daß wir uns bei der Ableitung der Formel (10) weder auf die „Bosesche Quantenstatistik“ noch auf das „Paulische Prinzip“ berufen haben (wie es E. Fermi zu tun gezwungen war), sondern ausschließlich auf die gewöhnliche Bohrsche Theorie des Wasserstoffatoms.

Das Verhalten des „mechanisch“ ionisierten Wasserstoffs bei 0° abs.

Nullpunktsdichte	Nullpunktsdruck	Nullpunktsgeschwindigkeit der Elektronen
0,4061 $g.cm^{-3}$	$3{,}50 \cdot 10^{12}$ $Dyn.cm^{-2}$	13,5 Volt
0,5 „	$4{,}95 \cdot 10^{12}$ „	15,5 „
1 „	$1{,}57 \cdot 10^{13}$ „	24,6 „
10 „	$7{,}29 \cdot 10^{14}$ „	114 „
100 „	$3{,}38 \cdot 10^{16}$ „	531 „
1000 „	$1{,}57 \cdot 10^{18}$ „	2460 „
10000 „	$7{,}29 \cdot 10^{19}$ „	11400 „
50000 „	$1{,}07 \cdot 10^{21}$ „	33400 „
100000 „	$3{,}38 \cdot 10^{21}$ „	53100 „

Wir müssen annehmen, daß die Dichte im Innern einiger Sterne außerordentlich groß ist. A. S. Eddington bemerkt dazu: „So far as we know, the close packing of matter is only possible so long as the temperature is great enough to ionise the material. When the star cools down . . . it must expand and do work against gravity. The star will need energy in order to cool.“[1]). Eddington ist zu diesem paradoxen Resultat gekommen, weil er die Möglichkeit einer „mechanischen“ Ionisation nicht in Betracht gezogen hat[2]).

1) A. S. Eddington, The Internal Constitution of the Stars, Cambridge 1926, S. 172.

2) Vgl. hierüber auch J. Frenkel, Zeitschr. f. Phys. **50**, 244f., 1928; W. Anderson, Zeitschr. f. Phys. **50**, 1. Fußnote zu S. 875, 1928.

Dorpat (Estland), 13. März 1929.

(Eingegangen 19. März 1929.)

Über eine neue Methode zur Messung der relativen Zähigkeit von Gasen und Dämpfen.

Von A. Weißweiler.

Die Kenntnis der Zähigkeit von Gasen und Dämpfen ist für die Behandlung von Strömungsproblemen von besonderem Interesse. Im folgenden sei ein Verfahren beschrieben, das gestattet, auf bequeme Weise Relativmessungen gegen ein Gas bekannter Zähigkeit auszuführen.

Bringt man in ein horizontales Rohr einen am oberen Ende eingespannten senkrecht hängenden dünnen elastischen Faden, zweckmäßig aus Quarz, und läßt Gas oder Dampf durch das Rohr strömen, so wird der Faden aus seiner Ruhelage abgelenkt. Die Größe der Ablenkung ist, außer von den elastischen Eigenschaften des Fadens, von der Strömungsgeschwindigkeit, Dichte und Zähigkeit des strömenden Mediums abhängig. Trägt man in einem Koordinatensystem als Abszisse die lineare Strömungsgeschwindigkeit v in cm/sec auf, wobei v als Mittel über den ganzen Rohrquerschnitt genommen wird, als Ordinate y die Ablenkung eines Fadenpunktes aus der Ruhelage, gemessen etwa in Skalenteilen eines Okularmikrometers, so ergibt sich eine Kurve, deren Gestalt in Fig. 1 wiedergegeben

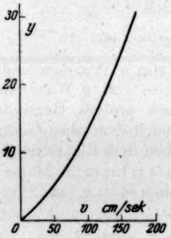

Fig. 1.

wird. Ist für eine bestimmtes Gas, z. B. Luft, eine solche Kurve experimentell aufgenommen worden, so läßt sich eine entsprechende Kurve (bezogen auf dieselbe Versuchsanordnung) für ein zweites Gas rein rechnerisch finden, falls Dichten und Zähigkeiten beider Gase bekannt sind. Die Rechnung stützt sich auf die Gültigkeit des Reynoldsschen Ähnlichkeitsgesetzes, wonach zwei Strömungsvorgänge nur dann miteinander in Vergleich gesetzt werden dürfen, falls für beide Vorgänge die Reynoldsschen Zahlen gleich sind. Umgekehrt kann man aus zwei experimentell ermittelten Kurven zweier Gase die Zähigkeit des einen Gases berechnen, falls von beiden Gasen die Dichten und von dem andern außerdem die Zähigkeit bekannt sind.

Es soll zunächst aus der experimentell gefundenen Kurve eines Gases die entsprechende Kurve eines zweiten Gases hergeleitet werden.

Nach den Elastizitätsgesetzen ist y proportional der ablenkenden Kraft; diese ist nach dem Gesetz der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung gleich dem sog. Formwiderstand W, den der Faden dem strömenden Medium entgegensetzt. W setzen wir in der Form an:

$$W = c_w \cdot \frac{s}{2} \cdot v^2 \cdot F. \tag{1}$$

Es bedeutet (CGS-System):

- s die Dichte des Gases,
- v die mittlere lineare Strömungsgeschwindigkeit,
- F eine Bezugsfläche des Fadens, etwa sein Achsenschnitt,
- c_w die soz. Kennzahl, eine Funktion der Reynoldsschen Zahl R, also $c_w = f(R)$.

Es ist: $R = \frac{d \cdot v}{\nu} = \frac{d \cdot v \cdot s}{\eta}$,

worin
- d den Durchmesser (Dicke) des Fadens
- ν die kinematische Zähigkeit $= \frac{\eta}{s}$,
- η die dynamische Zähigkeit,
- v und s wie oben lineare Strömungsgeschwindigkeit und Dichte des Gases bedeuten.

Gl. (1) läßt sich also auch schreiben:

$$W = f(R) \cdot \frac{s}{2} \cdot v^2 \cdot F. \tag{2}$$

Wir lassen nun auf den Faden zwei Gase wirken, gekennzeichnet durch die Indizes 1 und 2, und erhalten:

$$\begin{aligned} W_1 &= f(R_1) \cdot \frac{s_1}{2} \cdot v_1^2 \cdot F \\ W_2 &= f(R_2) \cdot \frac{s_2}{2} \cdot v_2^2 \cdot F. \end{aligned} \tag{3}$$

Nach dem Reynoldsschen Ähnlichkeitsgesetz dürfen wir aber nur dann W_1 mit W_2 vergleichen, wenn $R_1 = R_2$. Das tritt in unserem Falle dann ein, wenn

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{s_2 \cdot \eta_1}{s_1 \cdot \eta_2}. \tag{4}$$

Dann ergibt sich weiter:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{s_2 \cdot \eta_1^2}{s_1 \cdot \eta_2^2}. \tag{5}$$

Da die Fadenablenkung y der ablenkenden Kraft und damit auch dem Formwiderstand W proportional ist, so ist auch

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{s_2 \cdot \eta_1^2}{s_1 \cdot \eta_2^2}. \tag{6}$$

Es ist aber wohl zu beachten, daß Gl. (6) nur gilt, wenn die den y entsprechenden v die Gl. (4) erfüllen.

Zur Vereinfachung der graphischen Behandlung des Problems wählt man praktischerweise als Abszisse nicht die lineare Strömungsgeschwindigkeit v, sondern das Produkt $v \cdot s = v'$. Gl. (4) geht damit über in

$$\frac{v_1'}{v_2'} = \frac{\eta_1}{\eta_2}. \tag{7}$$

Es gehört also zu v_1' die Fadenablenkung y_1 und zu v_2' die Fadenablenkung y_2.

In Gl. 6) und 7) darf man natürlich statt der Dichten in ($g_{\text{masse}} \cdot \text{cm}^{-3}$) die Litergewichte einsetzen.

Diese beiden letzten Gleichungen setzen uns nun in den Stand, aus einer experimentell aufgenommenen Kurve, etwa für Luft, die Kurve für ein beliebiges anderes Gas, dessen Dichte und Zähigkeit bekannt sind, zu berechnen.

Wir können aus Gl. (6) noch zwei Folgerungen ziehen:

1. Haben beide Gase gleiche Zähigkeit, so gilt:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{s_2}{s_1},$$

d. h. die Fadenablenkungen verhalten sich umgekehrt wie die Dichten;

2. haben beide Gase gleiche Dichte, so wird:

$$\frac{y_1}{y_2} = \left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)^2,$$

d. h. die Fadenablenkungen verhalten sich wie die Quadrate der Zähigkeiten.

Diese Überlegungen gestatten nun auch, aus zwei experimentell bestimmten Kurven zweier Gase die Zähigkeit eines von beiden zu berechnen, falls von beiden Gasen die Dichten und von einem auch noch die Zähigkeit bekannt sind. Von dem Gas, dessen Zähigkeit ermittelt werden soll, braucht nicht die ganze Kurve experimentell aufgenommen zu werden, es genügt ein einziger Punkt der Kurve, d. h. es ist zu einer Strömungsgeschwindigkeit die entsprechende Fadenablenkung festzustellen.

Gegeben sei etwa die Kurve für Luft ($y_1 = f(v_1')$) und ein Punkt (v_2', y_2) der Kurve eines zweiten Gases (Fig. 2); ferner die Dichten s_1 und s_2 sowie die Zähigkeit η_1.

Gesucht wird η_2.

Es handelt sich darum, auf der Luftkurve einen Punkt (v_1', y_1) zu suchen, der die gleiche Reynoldssche Zahl hat wie der Punkt $(v_2' y_2)$. Die Koordinaten des gesuchten Punktes müssen den Gleichungen (6) und (7) genügen. Eine ein-

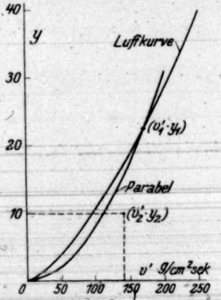

Fig. 2.

fache Umformung dieser beiden Gleichungen liefert

$$y_1 = \frac{y_2}{v_2'^2} \cdot \frac{s_2}{s_1} \cdot v_1'^2. \tag{8}$$

Das ist die Gleichung einer Parabel mit den laufenden Koordinaten y_1, v_1' und dem Parameter $\frac{y_2}{v_1'^2} \cdot \frac{s_2}{s_1}$, der nach Voraussetzung bekannt ist. Der gesuchte Punkt (v_1', y_1) ist also der Schnittpunkt dieser Parabel mit der experimentellen Kurve $y = f(v_1')$ s. Fig. 2). Damit ergibt sich die Abszisse v_1', und auf Grund der Gl. (7) findet man

$$\eta_2 = \frac{v_2'}{v_1'} \cdot \eta_1 .$$

Natürlich wird man sich in praxi nicht mit einem einzigen Punkte (v_2', y_2) begnügen, sondern der Genauigkeit wegen mehrere Punkte bestimmen, mit diesen die Rechnung durchführen und den Mittelwert bilden. Versuche mit verschiedenen Gasen unter Benutzung verschiedener Quarzfäden ergab, daß sich eine Genauigkeit in der Zähigkeitsbestimmung von $\pm$ 0,5 Proz. bequem erreichen läßt. Voraussetzung ist eine sorgfältige Mengenmessung der strömenden Gase, die aber keine Schwierigkeiten macht, da nur sehr geringe Mengen benötigt werden. Die Methode ist auch für höhere Temperaturen sowie für Dämpfe anwendbar.

Fig. 3 und 4 zeigen eine praktische Ausführung des Meßaggregates, wie es von uns benutzt wurde, im Schnitt. Die Dimensionen sind aus den Zeichnungen ersichtlich. Die Dicke der benutzten Quarzfäden betrug etwa 0,1—0,2 mm, die Länge etwa 220 mm. Besondere Sorgfalt wurde auf die Durchführung des Fadens durch das Strömungsrohr gelegt, um eine Störung der Strömung an dieser Stelle tunlichst zu vermeiden.

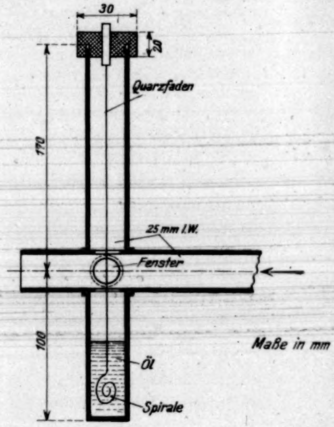

Fig. 3.

Das untere Ende des Fadens wurde zu einer Spirale aufgerollt und mit einer Öldämpfung versehen. Bei gleichmäßig strömendem Gas erscheint der Faden im Okularmikrometer völlig ruhig.

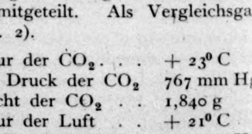

Fig. 4.

Zum Schluß sei als praktisches Beispiel eine Bestimmung der Zähigkeit der Kohlensäure bei + 23° C mitgeteilt. Als Vergleichsgas diente Luft (Fig. 2).

Temperatur der CO_2 . . .	+ 23° C
Absoluter Druck der CO_2	767 mm Hg
Litergewicht der CO_2 . .	1,840 g
Temperatur der Luft . .	+ 21° C
Absoluter Druck der Luft	767 mm Hg
Litergewicht der Luft .	1,212 g
Zähigkeit der Luft . . .	0,0001814 $\frac{\text{g}}{\text{cm sec}}$

$$v' CO_2 = 140 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2 \text{ sec}} = v_2'$$

$$y CO_2 = 10 \text{ Skalenteile} = y_2.$$

Gemäß Gl. (8) gilt:

$$y_1 = \frac{10}{140^2} \cdot \frac{1,840}{1,212} \cdot v_1'^2 = 0,0007746 \cdot v_1'^2.$$

Der Schnittpunkt dieser Parabel mit der Luftkurve liefert: $v_1' = 170$ und $y_1 = 22,4$.

Daraus berechnet sich die Zähigkeit der Kohlensäure bei $+ 23^0$ zu

$$\eta_{23^0} = \frac{140}{170} \cdot 0,0001814 = 0,0001494 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}}.$$

Aus der neueren Literatur seien als Vergleichswerte angeführt: Lasalle[1]): $\eta_{23^0} = 0,0001490$; Dycke[2]): $\eta_{23^0} = 0,0001472$; Eglin[3]): $\eta_{23^0} = 0,0001478$; Ishida[4]): $\eta_{23^0} = 0,0001471 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}}$.

1) Phys. Rev. (2) **17**, 354, 1921.
2) Ibid. (2) **21**, 250, 1923.
3) Ibid. (2) **22**, 161, 1923.
4) Ibid. (2) **22**, 550, 1923.

Zusammenfassung.

Es wird eine Methode zur relativen Bestimmung der Zähigkeit von Gasen und Dämpfen beschrieben, die auf der Ablenkung eines einseitig eingespannten elastischen Fadens im strömenden Medium beruht und der das Reynoldssche Ähnlichkeitsgesetz zugrunde liegt.

Das Verfahren wurde im Physikalischen Laboratorium der I. G. Farbenindustrie A.-G. Werk Ludwigshafen ausgearbeitet. Herrn Dr. B. Strasser bin ich für die Anregung zu dieser Arbeit zu Dank verpflichtet.

Ludwigshafen a./Rh., 22. März 1929.

(Eingegangen 16. April 1929.)

BESPRECHUNGEN.

K. Graff, Grundriß der Astrophysik. Gr. 8°. VIII u. 751 S. Mit 6 Lichtdrucktafeln u. 468 Textabbildungen. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1928. RM 42.60, geb. RM 45.—.

Die neuere Atomphysik hat einen Schlüssel von ungeahnter Wirksamkeit geliefert, einen großen Teil der Lichtsignale, die wir aus dem Weltenraum empfangen, zu entziffern. In überraschender Weise haben sich unsere Kenntnisse von der physikalischen Natur der Himmelskörper vertieft und die Grenzen des durchforschbaren Raumes erweitert, und mit den neuen Forschungszielen haben sich neue Forschungsmethoden entwickelt. Die bekannte „Populäre Astrophysik" von I. Scheiner, in 2. und 3. Auflage von dem gleichen Verfasser bearbeitet, erwies sich nicht mehr geeignet, sich den neuen Verhältnissen anzupassen. An ihrer Stelle entstand der vorliegende „Grundriß der Astrophysik", ein vortreffliches Buch, gediegen und reichhaltig in seinem Inhalt, in vorzüglicher Ausstattung, ein stattlicher Band, in dem der Verfasser bestrebt ist, das Gesamtgebiet astrophysikalischer Forschung in leicht verständlicher Weise vorzutragen. Irgendwelche mathematische Kenntnisse werden nicht vorausgesetzt, das Hauptgewicht der Darstellung wird, dem Physiker hoch willkommen, in möglichst vollständige und sorgfältige Übermittlung des gewonnenen Beobachtungsmateriales gelegt; die zahlreichen Zifferntabellen und Diagramme werden auch dem Forscher auf diesem Gebiete von Nutzen sein, und die vielen historischen Notizen bilden eine begrüßungswerte Beigabe. Das Buch gliedert sich in 3 Teile: 1. Die wissenschaftlichen Grundlagen der astrophysikalischen Forschung, 2. Die Weltkörper des Sonnensystems, 3. Die Fixsterne, Nebel und Sternhaufen. Im ersten Teile hat sich der Verfasser eine nach Ansicht des Referenten selbst bei aller Kunst der Darstellung unlösbare Aufgabe gestellt. Denn es erscheint ihm unmöglich, selbst auf 250 Druckseiten die so vielfach verzweigten theoretischen Grundlagen astrophysikalischer Forschung einem Leser verständlich zu machen, von dem so wenig vorausgesetzt wird, daß selbst die Abnahme der Lichtintensität mit dem Quadrate der Entfernung eingehend erläutert wird. Uneingeschränktes Lob verdienen die beiden andern Teile; auch der Fachkollege wird hier ein Beobachtungsmaterial zusammenhängend dargestellt finden, das ihm manches Zurückgreifen auf Originalarbeiten ersparen kann. Auffallend wirkt die außerordentliche Vorsicht, man möchte beinahe sagen Scheu, bei der Behandlung der bekannten neuesten, unerwarteten Forschungsergebnisse. Der Verfasser rechtfertigt sich in der Vorrede mit den Worten, welche die ganze Anlage des Buches charakterisieren: „Ein vollkommen auf die Gegenwart und ihre Tagestheorien eingestelltes Buch wird daher weit rascher veralten als ein anderes, das in erster Linie auf den bestehenden Erfahrungstatsachen aufgebaut ist, und in dem nur vorsichtig die alten Pfade verlassen werden. . . Dafür liegt nunmehr die Hoffnung vor, daß der Leser die sichere Führung durch das Gedankenlabyrinth der neuzeitlichen astrophysikalischen Forschungsmethoden und Überlegungen von Anfang bis zu Ende nirgends vermissen wird." Dem verdienstvollen Werke ist weiteste Verbreitung zu wünschen. R. Emden.

F. E. Kretzschmar, Die Krankheiten des Bleiakkumulators, ihre Entstehung, Feststellung, Beseitigung, Verhütung. Für die Praxis. 3. verbesserte Aufl. 8°. VII u. 181 S. Mit 98 Abb. München, R. Oldenbourg. 1928. RM 9.—, geb. RM 10,50.

Inhalt: Konstruktion des Bleiakkumulators / Zweck des Akkumulators / Ladung einer Batterie /

Ruhezustand einer Batterie / Entladung einer Batterie / Elektrochemisches Mengenverhältnis und Wirkungsgrad einer Batterie / Pufferbetrieb / Isolationszustand einer Batterie. I. A. Entstehung einer wirklichen Krankheit des Akkumulators. B. Entstehung einer nur scheinbaren Krankheit des Akkumulators. II. Feststellung der Krankheitsursachen. III. Beseitigung einer Krankheit des Akkumulators. IV. Verhütung einer Erkrankung des Akkumulators.

Obgleich die Elektrizitätsversorgung im Großen und im Kleinen heute immer mehr mittels Dreh- bzw. Wechselstrom von großen Kraftzentralen aus erfolgt, spielt doch der Bleiakkumulator in Wissenschaft und Technik nach wie vor eine beachtliche Rolle. Da seine Leistungsfähigkeit in höherem Maße, als man bisweilen meinen mag, von sachgemäßer Behandlung abhängt, ist ein kleines, aus der Praxis für die Praxis geschriebenes Handbuch gewiß eine nützliche Ergänzung der sonstigen, meist theoretischen Spezialliteratur. Die Fülle der hier verwerteten Erfahrungen läßt erkennen, daß im Betrieb oft Tatsachen wichtig sind, über die der Wissenschaftler kaum Ratschläge erteilen kann. Daher wird das Büchlein wohl auch im wissenschaftlichen Laboratorium eine Lücke ausfüllen, um so mehr, als hier einige Mängel kaum Schaden stiften können. Sein Wert auch für die Praxis aber würde sicher gewinnen, wenn solche in einer künftigen Auflage vermieden würden. Z. B. ist die mehrfach vorkommende Behauptung, daß das Sulfat der Platten erst durch die sich entwickelnden Elektrolysengase in Blei bzw. Bleidioxyd verwandelt wird, mehr als ein Schönheitsfehler. Manche Vorschriften sind entweder nicht geklärt (warum z. B. doppelpoliges Abschalten bei Prüfung auf volle Ladung?) oder dem Fernstehenden schwer verständlich, etwa, wie mittels einer Holzplatte Knallgasblasen aus der Zelle entnommen und dann in einem Nebenraum entzündet werden sollen. Ziemlich ungefährlich ist die Bemerkung, daß bei der Entladung an der positiven Platte destilliertes Wasser entstehe. Logische Gliederung und Stil (Inversion nach „und") könnten manche Verbesserung vertragen. Die sehr spärlich zitierte Literatur ist kaum jünger als die Jahrhundertwende, obwohl doch sicher manches seitdem hinzugekommen ist. Bedauerlicherweise fehlt ein ausführliches alphabetisches Nachschlageregister. Sicher wäre manchem Leser auch mit einer Angabe guter einschlägiger Firmen gedient.

All dies sei aber nur deshalb herausgegriffen, damit eine Neuauflage noch brauchbarer wird, als man es schon von der jetzigen des für die Praxis bestimmten Buches sagen kann. E. Lange.

Fr. A. Willers, Methoden der praktischen Analysis. Gr.-8°. 344 S. Mit 132 Fig. Berlin und Leipzig, W. de Gruyter u. Co. 1928. RM 20.—, geb. RM 21.50.

Wie der Titel andeutet, werden (unter Berücksichtigung neuerer Originalarbeiten) die wichtigsten Methoden der praktischen Analysis behandelt, und zwar (wie es den Bedürfnissen der Praxis entspricht) nicht nur die rein rechnerischen („numerischen"), sondern auch die zeichnerischen („graphischen"); auch verschiedene instrumentelle Verfahren werden besprochen. Das Buch beschränkt sich nicht auf die Elemente. Die Darstellung ist sorgfältig und klar; sie nimmt auch auf den Anfänger Rücksicht. Zahlreiche, meist der Praxis entnommene, ins einzelne durchgearbeitete Beispiele erläutern jeweils die Theorie.

Kurze Inhaltsangabe: 1. Kapitel: Rechnen mit ungenauen Werten (Näherungswerten) und seine Hilfsmittel: Funktionsskalen (insbes. Rechenschieber), Rechenmaschinen sowie Rechenblätter (Vorzügliche Übersicht über die verschiedensten Verfahren der Nomographie). — 2. und 3. Kapitel: Allgemeine Newtonsche Interpolationsformel (mit Restglied), speziellere Formeln (Gauß, Stirling, Bessel). Numerische Differentiation und Integration (d. h. Bestimmung von Näherungswerten für die Ableitung bzw. das bestimmte Integral einer in Tabellen vorliegenden Funktion). Graphische und instrumentelle (Integraphen, Planimeter) Verfahren zur Differentiation und Integration. — 4. Kapitel: Numerische und graphische Auflösung von Gleichungen, inbes. linearer, sowie von Differenzengleichungen. — 5. Kapitel: Analyse empirischer Funktionen, d. h. Bestimmung einer Funktion (z. B. eines Polynoms oder einer trigonometrischen Summe [„harmonische Analyse"] usw.), die sich sämtlichen Beobachtungen möglichst genau anschließt. — 6. Kapitel: Angenäherte (graphische und numerische) Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen.

Referent möchte auf das treffliche Buch ganz besonders aufmerksam gemacht haben. Haupt.

Tagesereignisse.

Wettbewerb. Die Gesellschaft für Zeitmeßkunde und Uhrentechnik E. V., Berlin, schreibt einen Wettbewerb für eine wissenschaftliche Arbeit aus. Das Thema lautet: „Untersuchung über den Einfluß des Magnetismus auf Taschenuhren, über Schutzgehäuse und über die Methoden der Entmagnetisierung." — Durch die Untersuchung sind die Ergebnisse der über diesen Gegenstand bereits ausgeführten Arbeiten zu erweitern. Die besondere Beschränkung auf einen Teil des Themas ist zulässig. Die Teilnahme ist offen für jedermann. — Für die beste Arbeit wird ein Preis von 500 RM (fünfhundert Reichsmark) ausgesetzt. Die Arbeiten müssen spätestens am 1. Mai 1930 in einer für den Druck geeigneten Form bei der Gesellschaft für Zeitmeßkunde und Uhrentechnik E. V., Berlin C 2, Breite Straße 8—9, eingehen. Es kommen nur solche Arbeiten in Frage, die bisher noch nicht veröffentlicht worden sind. Die Veröffentlichung der preisgekrönten Arbeit (eventuell in gekürzter Form) erfolgt auf Kosten der Gesellschaft. Die Gesellschaft behält sich eine Teilung des Preises vor, falls gleich gute Preisarbeiten eingehen. Die Entscheidung des Preisrichterkollegiums ist endgültig und unanfechtbar. — Auskunft erteilt der Obmann des wissenschaftlichen Ausschusses der Gesellschaft, Prof. Dr. Mahnkopf, Potsdam, Geodätisches Institut. — Preisrichter sind Prof. Dr. Angenheister, Göttingen, Prof. Dr.-Ing. Bock, Hamburg; Prof. Dr. Göpel, Berlin-Charlottenburg; Fabrikbesitzer Otto Lange, Glashütte; Prof. Dr. Mahnkopf, Potsdam.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.